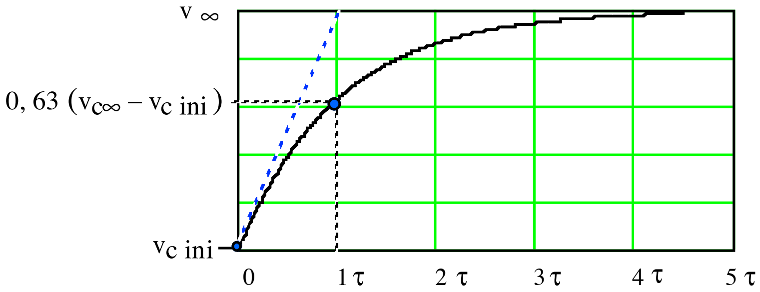
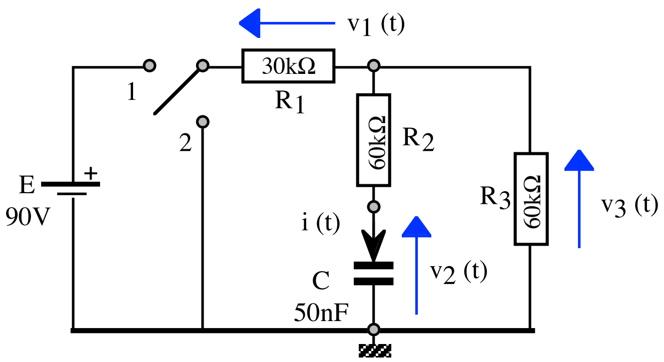
CHARGE ET DECHARGE DU CONDENSATEUR [1]

$$v_c(t) = v_{c\infty} - (v_{c\infty} - v_{c\,ini}).\,exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$



1° PROBLEME

On considère le montage suivant où le condensateur C est initialement déchargé. A l'instant initial, on ferme l'interrupteur sur la position 1.



1) Déterminer le générateur de Thévenin (E_{th}, R_{th}) vu par la capacité.

2) Ecrire l'expression de la tension v_2 (t) aux bornes de C et de son courant i (t).

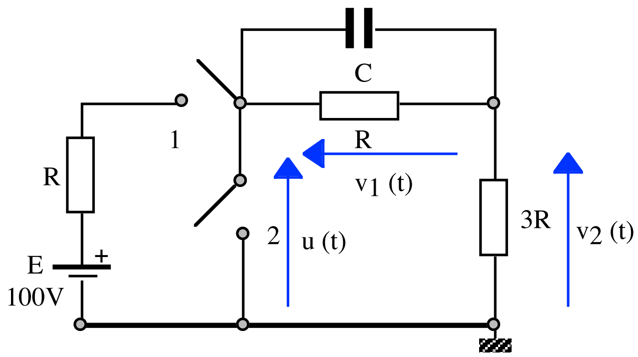
3) En déduire, à l'aide du schéma du montage, l'expression des autres tensions.v_3 (t) et v_1 (t).

4) Construire les diverses courbes représentatives depuis l'instant t = 0.

5) Longtemps après, de telle sorte que les valeurs finales précédentes soient atteintes (t >>5 t) à t', nouvel instant initial, on ferme K en position 2. Traiter les mêmes questions.

2° PROBLEME

On considère le montage suivant tel que R = 10 KΩ et C = 0,1 µF (initialement déchargé).



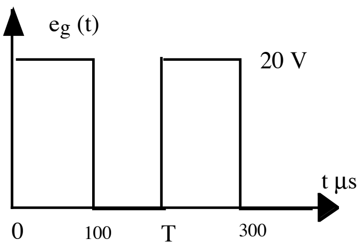
Les interrupteurs 1 et 2 sont ouverts.

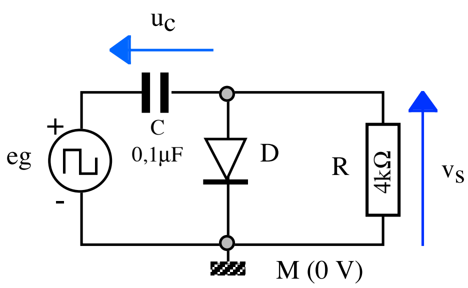
1) A l'instant t = 0, on ferme l'interrupteur 1. Donner les expressions en fonction du temps des tensions v_1 (t), v_2 (t) et u (t).

2) Pour t >> 5 τ on ferme l'interrupteur 2. Prendre une nouvelle origine de temps et traiter les mêmes questions.

3° PROBLEME

On considère le circuit suivant où la diode D est supposée avoir une tension de seuil nulle, une résistance directe r = 500Ω et une résistance inverse infinie. Le condensateur est initialement déchargé. A partir de l'instant zéro, on applique au montage une tension carrée e_g (t) de période T = 200 µs et d'amplitude 20 V.





1) Construire à partir de l'instant t = 0 les courbes représentatives des tensions u_c (t) et v_s (t). Afin de mettre en évidence le régime transitoire et le régime permanent, il faut représenter les schémas instantanés successifs équivalents au montage aux instants 0, T/2, 3T/2 etc. A chaque nouvelle séquence, faire un changement de l'origine du temps t = 0s.

2) Traiter les mêmes questions dans le cas où la diode est telle que : r = 10Ω et R = 100 KΩ. Que peut-on conclure concernant la forme de v_s (t) vis-à-vis de celle de e_g (t) ? .

CORRECTION

1° PROBLEME

On ferme l'interrupteur sur la position 1.

1. Pour obtenir le générateur de Thévenin (E_{th}, R_{th}) vu par la capacité, on supprime cette dernière du schéma. La tension qui apparaît alors aux bornes du circuit ouvert représente E_{th} (figure 1).

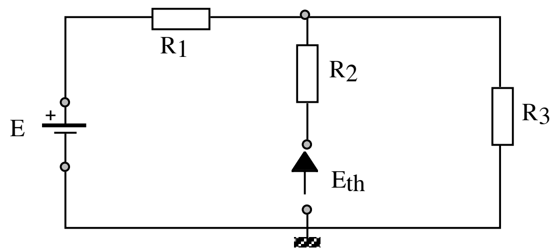


Figure 1 : Générateur de Thévenin vu par C.

Sachant que le courant dans R_2 est nul, on en déduit :

$$\boxed{E_{th} = E\frac{R_3}{R_1 + R_3} = 60V}$$

Pour obtenir R_{th}, il convient maintenant de court-circuiter le générateur E (figure 2).

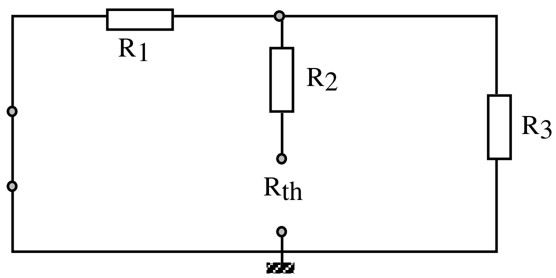


Figure 2

Résistance interne du générateur de Thévenin : $\boxed{R_{th} = R_2 + (R_1 // R_3) = 80K\Omega}$

2. Expression de la tension v_2 (t) aux bornes de la capacité.

Constante de temps : $\tau = CR_{th} = 4ms$

$$\boxed{v_2(t) = E_{th}(1 - exp(-\frac{t}{\tau})) = 60(1 - exp(-\frac{t}{\tau}))}$$

$$\boxed{i(t) = C\frac{dv_2(t)}{dt} = \frac{E_{th}}{R_{th}}exp(-\frac{t}{\tau}) = 0.75mA\,exp(-\frac{t}{\tau})}$$

3. Expression des autres tensions.

$$\boxed{v_3(t) = R_2 i(t) + v_2(t) = 60 - 15\,exp(-\frac{t}{\tau})}$$

$$\boxed{v_1(t) = E - v_3(t) = 30 + 15\,exp(-\frac{t}{\tau})}$$

4. Courbes représentatives depuis l'instant t = 0 - ε (figure 3).

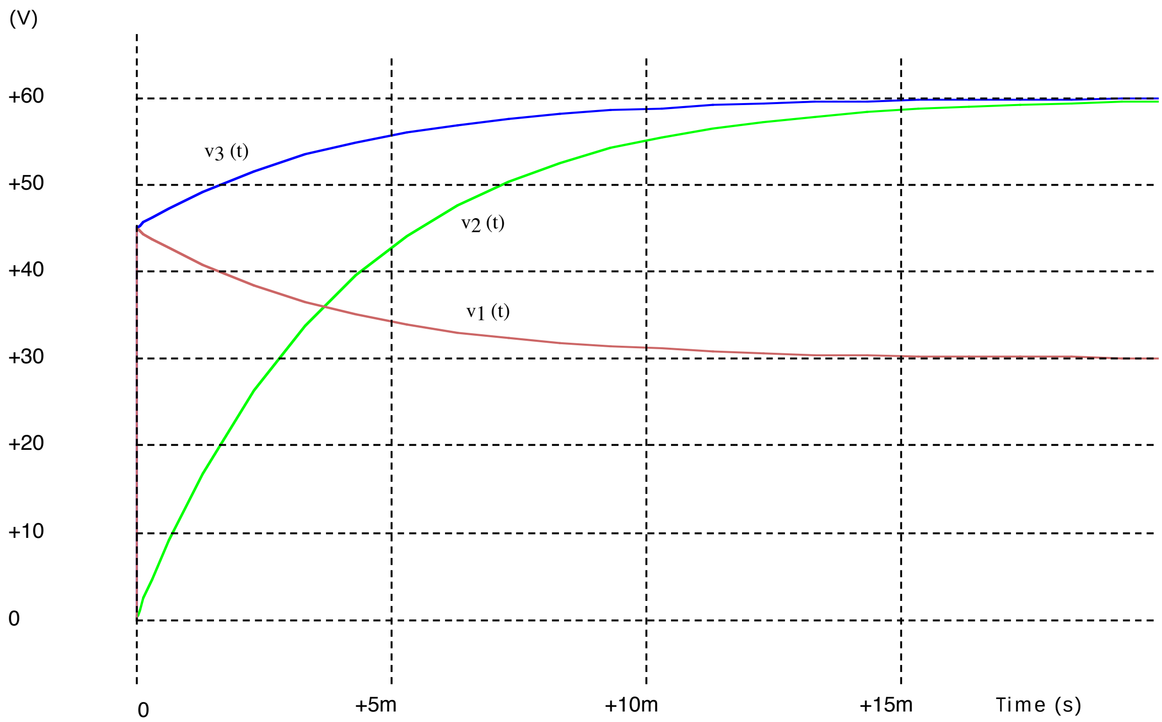


Figure 3 : Graphes des tensions v_1 (t), v_2 (t) et v_3 (t).

On notera que les tensions v_1 (t) et v_3 (t) présentent à t = 0 + ε, un saut de tension de 0 à 45V**.**

5. On ferme K en position 2 Cet instant est la nouvelle origine du temps t = 0 s où la capacité C est chargée sous une tension initiale de 60V (figure 4).

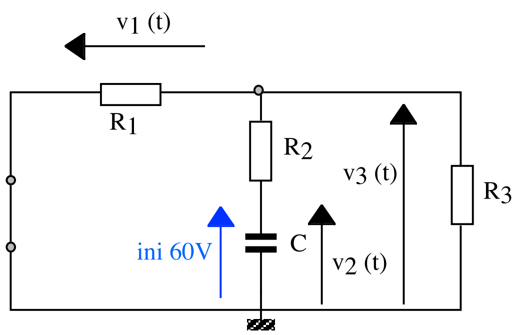


Figure 4 : Schéma du montage à t = 0 + ε.

La tension de Thévenin vue par la capacité est maintenant nulle. La constante de temps est la même que la précédente soit τ = 4 ms. La capacité C est initialement chargée sous 60V. Dans ces conditions :

$$\boxed{v_2(t) = 60\,exp(-\frac{t}{\tau})}$$

Pour calculer la tension v_3 (t) on utilise le diviseur de tension :

$$\boxed{v_3(t) = v_2(t)\frac{R_1 // R_3}{R_2 + R_1 // R_3} = \frac{v_2(t)}{4} = 15\,exp(-\frac{t}{\tau})}$$

La tension v_3 (0+ε) passe alors brusquement de 60 V à 15 V puis tend vers 0 V pour t >> τ.

On remarquera que : v_1 (t) = - v_3 (t). La tension v_1 (0 + ε) passe alors brusquement de 30 V à 15 V puis tend vers 0 V pour t >> τ.

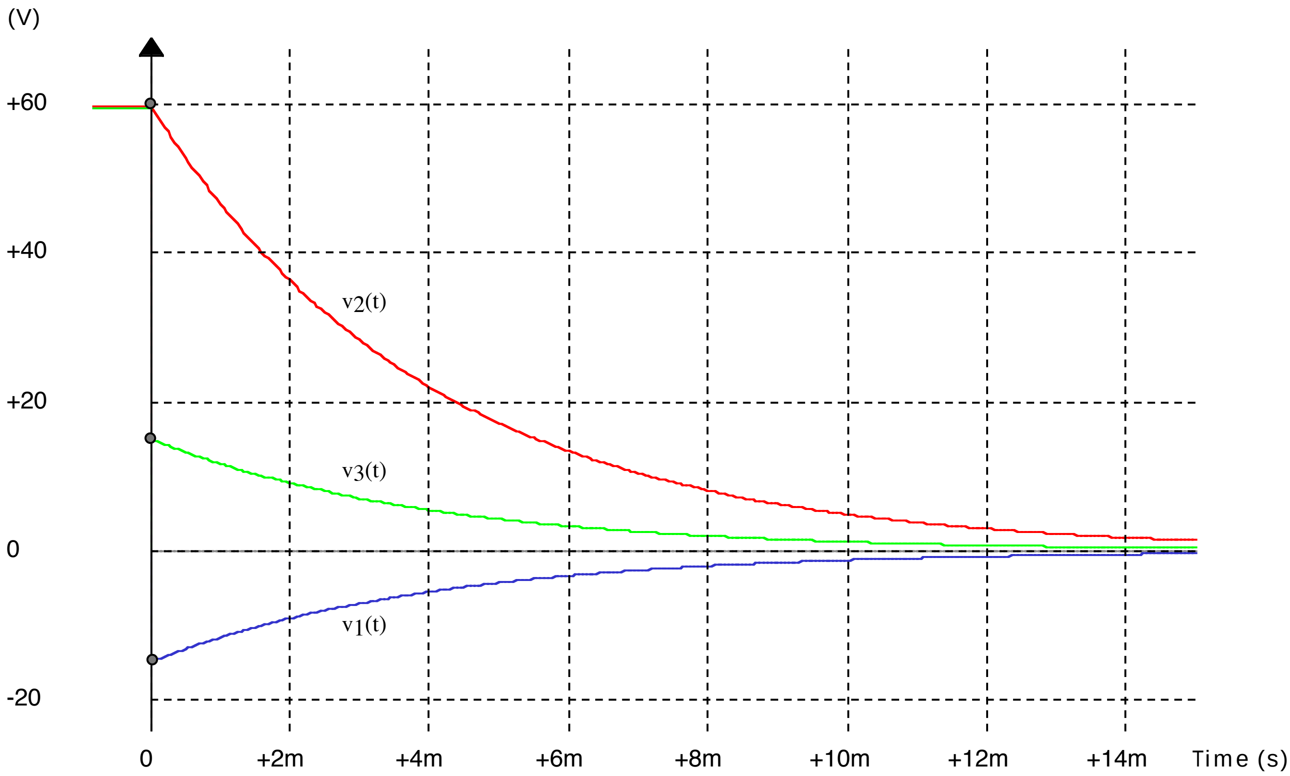


Figure 5 : graphes des tensions v_1 (t), v_2 (t) et v_3 (t).

2° PROBLEME

1. Donner les expressions en fonction du temps des tensions v_1 (t), v_2 (t) et u (t).

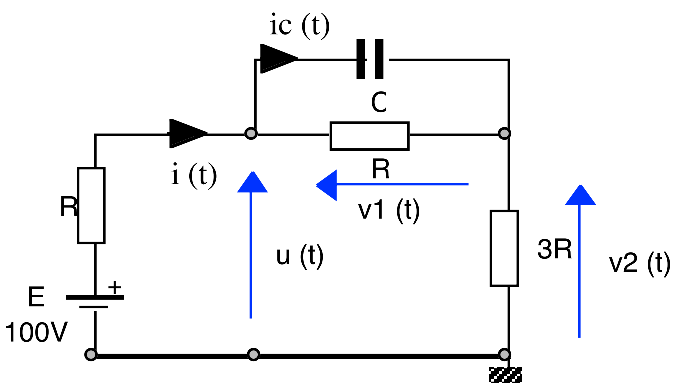


Figure 6 : Interrupteur en position 1.

Générateur de Thévenin vu par C : $\boxed{E_{th} = E\dfrac{R}{5R} = 20V}$.

Résistance de Thévenin vu par C : $\boxed{R_{th} = R // 4R = 8k\Omega}$.
Constante de temps : $\tau_1 = C\ R_{th} = 0.8$ ms.

Expression du courant de charge de la capacité :

$$\boxed{ic(t) = C\frac{dv_1(t)}{dt} = \frac{E_{th}}{R_{th}}exp(-\frac{t}{\tau_1}) = 2.5mA\,exp(-\frac{t}{\tau_1})}$$

Expression du courant i (t) :

$$\boxed{i(t) = ic(t) + \frac{v_1(t)}{R} = 2mA + 0.5mA\,exp(-\frac{t}{\tau_1})}$$

On en déduit :

$$\boxed{v_2(t) = 3R.i(t) = 60 + 15\,exp(-\frac{t}{\tau_1})}$$

$$\boxed{u(t) = E - R.i(t) = 80 - 5\,exp(-\frac{t}{\tau_1})}$$

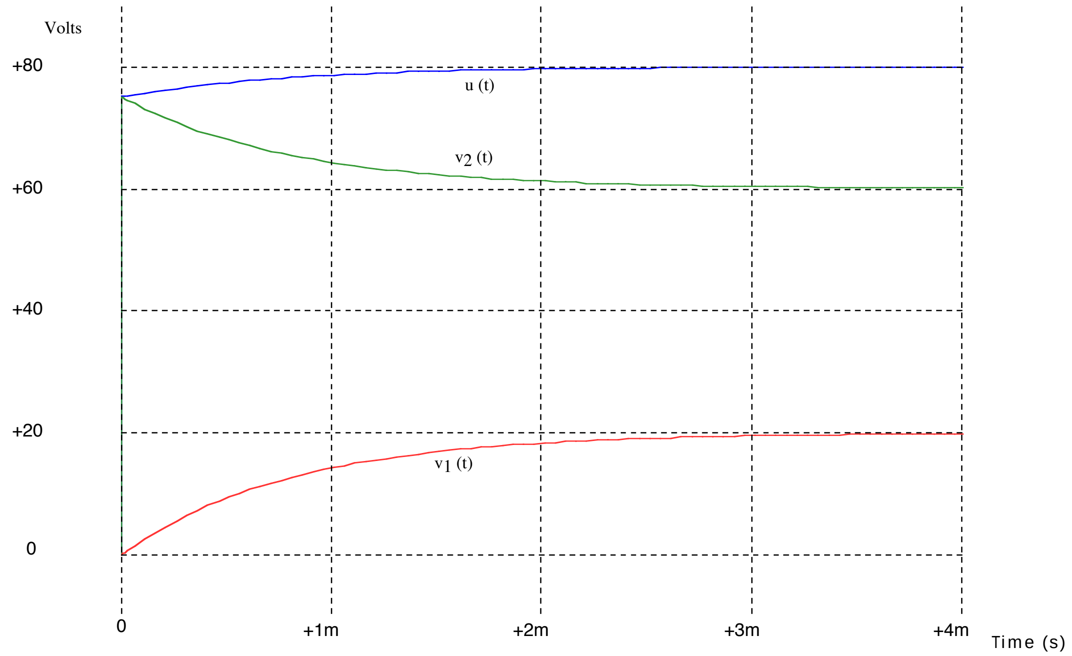


Figure 7 graphes des tensions u (t), v_1 (t) et v_2 (t).

2. On ferme l'interrupteur 2 : la tension u (t) est alors nulle.

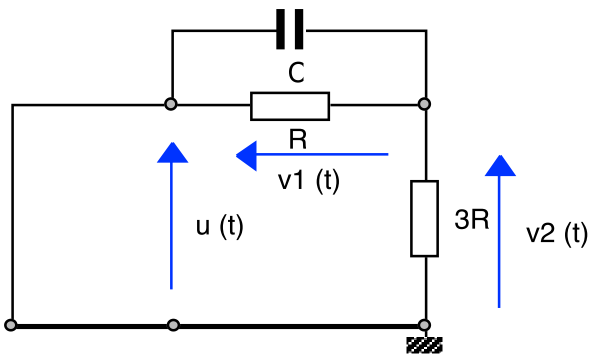


Figure 8 : Interrupteur en position 2.

La capacité C est initialement chargée sous 20 V.

Générateur de Thévenin vu par C : $E_{th} = 0V$.

Résistance de Thévenin vu par C : $R_{th} = R // 3R = 7.5 k\Omega$.

Constante de temps : $\tau_2 = C\,R_{th} = 0.75$ ms.

On en déduit :

$$\boxed{v_1(t) = 20\,exp(-\frac{t}{\tau_2})} \qquad \boxed{v_1(t) = -20\,exp(-\frac{t}{\tau_2})}$$

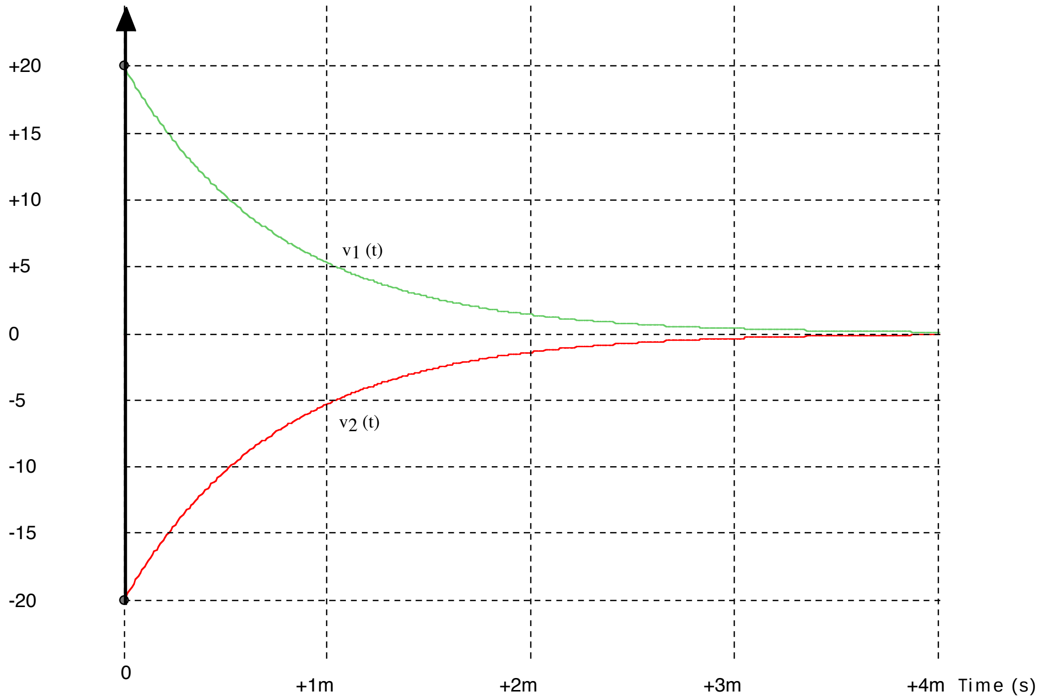


Figure 9 : Graphes des tensions v_1 (t) et v_2 (t).

3° PROBLEME

Dans cet exercice, le générateur e_g (t) peut être symbolisé par un interrupteur qui est en position 1 à l'instant initial et durant une demi-période, puis en position 2 durant la demi-période suivante et ainsi de suite (figure 10).

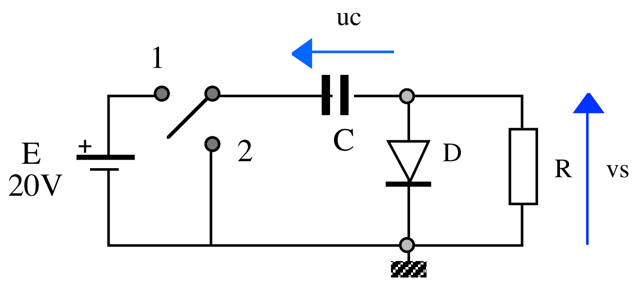


Figure 10

1 A l'instant t = 0+ε , la capacité C est déchargée (0 V) et la diode D est alors passante compte-tenu de la polarité favorable de la tension E (figure 11). On remplace donc la diode par son schéma de simulation à savoir sa résistance série r = 500 Ω.

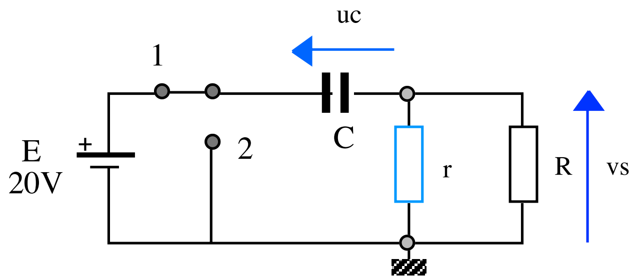


Figure 11 : la diode passante est simulée par r = 100Ω.

$E_{th\,1} = 20V \qquad R_{th\,1} = r\,//\,R = 444\Omega \qquad \tau_1 = 44.44\mu s$

$$\boxed{u_c(t) = E(1 - exp(-\frac{t}{\tau_1})}$$

A l'instant t = T/2 = 100 µs, on obtient u_c (T/2) = 17.89 V. La charge de C est alors incomplète. Cette tension est la valeur initiale de la séquence suivante.

Analysons la séquence suivante (de T/2 à l'instant T) où l'interrupteur passe en position 2. Cet événement est la nouvelle origine du temps t = 0 s.
Le schéma du montage est alors le suivant :

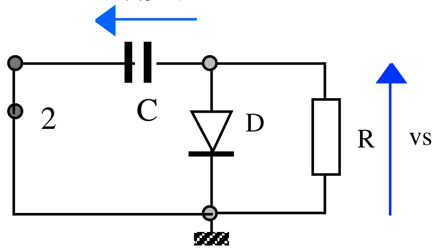


Figure 12 : 2° schéma au début de la séquence à t = 0 + ε.

La diode D, polarisée par la charge initiale de la capacité soit 17.89 V en inverse, est bloquée. On remplace dans le schéma la diode par son schéma de simulation à savoir sa résistance inverse qui est infinie (figure 13).

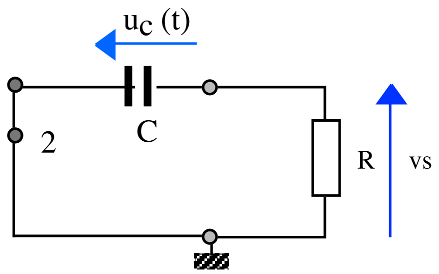


Figure 13 : Schéma du montage dans la 2° séquence.

$E_{th\,2} = 0V \qquad R_{th\,2} = R = 4K\Omega \qquad \tau_2 = 400\mu s$

$$\boxed{u_c(t) = 17.9\,exp(-\frac{t}{\tau_2})}$$

A l'instant t = 100 µs, on obtient u_c (100 µs) = 13.94 V. La décharge de C est alors incomplète. Cette tension est la valeur initiale de la séquence suivante où l'interrupteur passe en position 1 (figure 14).

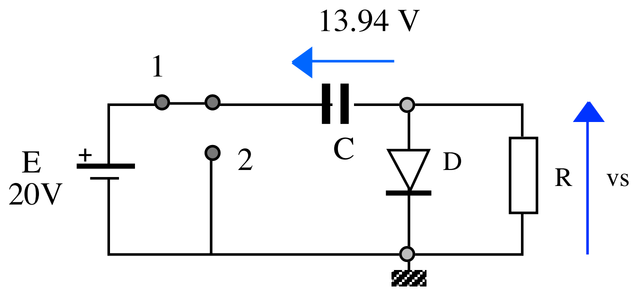


Figure 14 : Schéma du montage dans la 2° séquence à t = 0 + ε.

Analysons la séquence suivante (de T à l'instant 3T/2). On effectue un changement de l'origine du temps.
A t = 0 +ε, la diode est passante car sa tension directe est positive (-13.94 + 20) V. On remplace alors la diode par son schéma de simulation à savoir sa résistance série r = 500 Ω (figure 15).

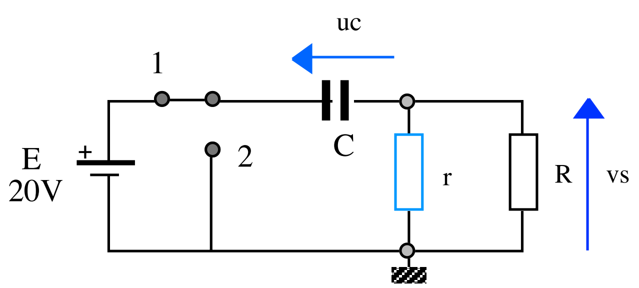


Figure 15 : Schéma du montage pour la 2° séquence.

$u_c(ini) = 13.94V \quad uc(\infty) = E_{th1} = 20V \quad R_{th1} = r\,//\,R = 444\Omega \quad \tau_1 = 44.4\mu s$

$$\boxed{u_c(t) = u_c(\infty) - [u_c(\infty) - u_c(ini)]\exp(-\frac{t}{\tau_1})}$$

A l'instant t = 100 µs, on obtient u_c (100 µs) = 19.36 V. La charge de C est alors incomplète. Cette tension est la valeur initiale de la séquence suivante…
L'analyse du problème se poursuit de la même manière à chaque séquence qui dure 100 µs compte-tenu du changement systématique de l'origine du temps.

Tableau des résultats :

Temps	T/2	T	3T/2	2T	5T/2	3T	7T/2	4T
u_c (max) V	17.89		19.36		19.48		19.49	
u_c (min) V		13.93		15.08		15.17		15.18

Au bout de 4 périodes, les valeurs de u_c (max) et u_c (min) se stabilisent. On est alors en régime permanent par opposition au régime transitoire du début des séquences (figure 16) .

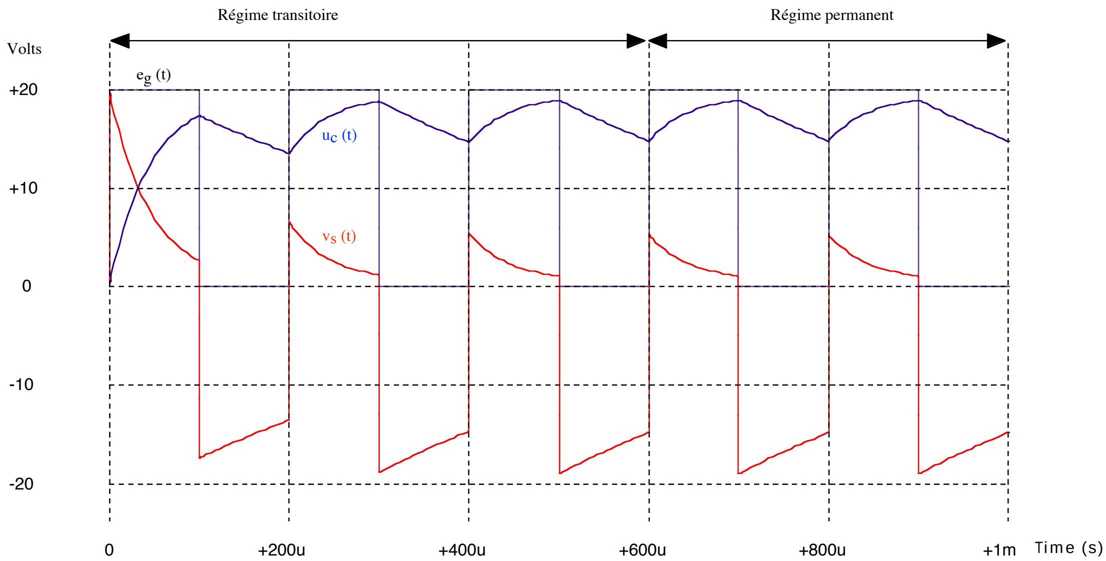


Figure 16 : Graphes des tensions u_c (t) et v_s (t).

Expressions de la tension v_s (t) :

Interrupteur en position 1 : $\boxed{v_s(t) = -u_c(t) + E}$

Interrupteur en position 2 : $\boxed{v_s(t) = -u_c(t)}$

2 la diode est telle que : r = 10 Ω et R = 100 KΩ. L'analyse est identique à la précédente. Les résultats sont donnés par la figure 17 :

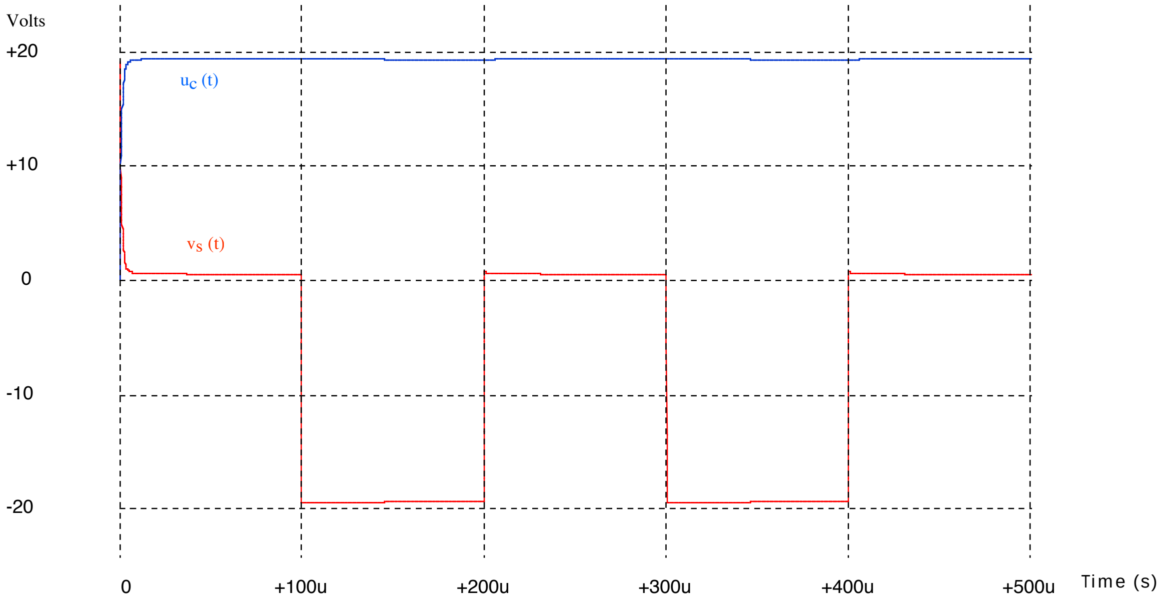


Figure 17 : Graphes des tensions u_c (t) et v_s (t).

Le condensateur se charge à 20 V entre les instants 0 et T/2 et sa tension varie peu ensuite. La tension de sortie v_s (t) est négative et sensiblement égale à – eg (t) à partir de l'instant T/2.