CIRCUITS COUPLES PAR MUTUELLE INDUCTANCE

CIRCUITS RLC COUPLES PAR MUTUELLE INDUCTANCE

1° PARTIE : PRESENTATION DES CIRCUITS COUPLES

1) LES FLUX DES CHAMPS MAGNETIQUES DANS DEUX BOBINAGES COUPLES

On considère (figure 1) deux noyaux ferromagnétiques de section S sur lequel on a aménagé n_1 tours de fil sur une longueur l, constituant le circuit “primaire” du dispositif, et n_2 tours de fil sur une longueur l, constituant le circuit “secondaire”.

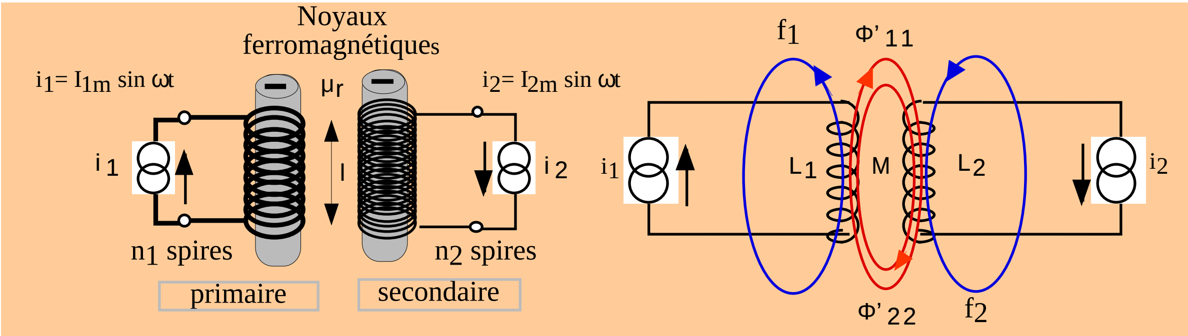


Figure 1 Figure 2

Si la perméabilité magnétique μ_r du milieu est homogène, les flux sont proportionnels aux courants i_1 et i_2. Les coefficients de proportionnalité sont :

- La self primaire L_1
- La self du secondaire L_2
- La mutuelle inductance M entre les deux circuits.

Les flux produits par les courants i_1 et i_2 sont donnés dans le tableau suivant :

	Flux au primaire	**Flux au secondaire**
Seul circule le courant primaire i_1	$\Phi_{11} = L_1 i_1$	$\Phi_{12} = M i_1$
Seul circule le courant du secondaire i_2	$\Phi_{21} = M i_2$	$\Phi_{22} = L_2 i_2$
Les deux courants i_1 et i_2 circulent	$\Phi_{1\,tot} = \Phi_{11} + \Phi_{21}$	$\Phi_{2\,tot} = \Phi_{12} + \Phi_{22}$

2) LES FUITES DE FLUX

Dans le flux du primaire Φ_{11}, on peut distinguer deux parties (figure 2) :

- L’une Φ'_{11} qui correspond aux lignes de champ communes aux deux circuits.
- L’autre f_1 correspondant aux lignes de champ qui traversent seulement le primaire sans passer par le secondaire.

La même distinction peut être faîte au niveau du flux Φ_{22} avec deux composantes : Φ'_{22} et f_2. Finalement, seules les parties Φ'_{11} et Φ'_{22} des flux propres Φ_{11} et Φ_{22} correspondent au couplage alors que f_1 et f_2 sont des flux de fuites.

3) LE COEFFICIENT DE COUPLAGE ENTRE LES DEUX CIRCUITS

Pour caractériser l'importance du couplage entre le primaire et le secondaire, on est amené à introduire le coefficient de couplage k qui est par définition :

$$\boxed{k = \sqrt{\frac{\Phi_{12}.\Phi_{21}}{\Phi_{11}.\Phi_{22}}} = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}}$$

On a toujours k inférieur à1, en effet, k égal à un est évidemment un cas idéal impossible à atteindre car il y a toujours des fuites.

2° PARTIE :
CIRCUITS COUPLES IDENTIQUES ET ACCORDES SUR LA MEME FREQUENCE

But *: réaliser un filtre passe-bande ayant une courbe de réponse améliorée vis-à-vis de celle du circuit RLC classique.*

1) MISE EN EQUATION DES CIRCUITS IDENTIQUES ET COUPLES

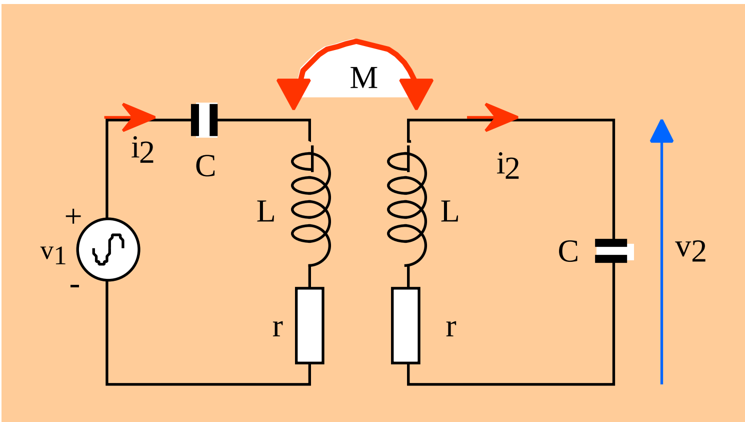


Figure 3

On considère en figure 3 deux circuits RLC séries identiques, couplés par une mutuelle inductance M. Le primaire est excité par un générateur de tension sinusoïdal v_1. Les deux circuits RLC série obéissent aux relations habituelles :

$$LC\omega_0 = 1 \qquad Q = \frac{L\omega_0}{r} \qquad k = \frac{M}{L}$$

Le coefficient de couplage, k inférieur à 1, est rendu variable par exemple par modification de la distance entre primaire et secondaire de manière à faire varier le couplage M. On se propose de chercher l'expression de la fonction de transfert $A = v_2 / v_1$ au voisinage de la fréquence de résonance f_0 des circuits. La mise en équation du schéma conduit aux relations suivantes :

$$v_1 = Z\, i_1 + j\,\omega\, M\, i_2 \;\ldots (1)$$

$$0 = Z\, i_2 + j\,\omega\, M\, i_1 \;\ldots (2)$$

$$v_2 = \frac{i_2}{j\,\omega\, C} \;\ldots (3)$$

avec : $Z = r + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})$

Ces équations conduisent à la fonction de transfert A (ω) du montage :

$$A = \frac{v_2}{v_1} = -\frac{M}{C}\frac{1}{Z^2 + \omega^2 M^2} \qquad (4)$$

Cependant, les circuits RLC fonctionnent au voisinage de la fréquence de résonance f_0. Dans ces conditions on utilise la valeur approchée de Z (voir circuit RLC) à savoir :

$Z = r\,(1 + 2\,j\,Q\,\delta)$ où $\delta = \dfrac{f - f_0}{f_0}$ représente la dissonance :

Pour simplifier encore l'écriture de (4), on posera : h = 2 Q δ qui représente la nouvelle variable fréquentielle. On obtient alors la relation (5) sachant qu'au voisinage de f_0, où δ est voisin de zéro, on peut faire l'approximation : $\omega = \omega_0(1 + 2j.Q.\delta) \approx \omega_0$:

$$A = \frac{v_2}{v_1} = -\frac{M}{C}\cdot\frac{1}{r^2(1 + j.h^2) + \omega_0^2 M^2} \qquad (5)$$

Pour simplifier à nouveau la relation (5), on introduit l'indice de couplage n :

$$\boxed{n = \frac{\omega_0 M}{r} = kQ}.$$

La signification physique de n est simple. En effet on montre facilement que n représente, à la résonance, l'expression de A à vide, c'est-à-dire lorsque la capacité C au secondaire est enlevée. Finalement on obtient :

$$\boxed{A = -\frac{nQ}{(1 + n^2 - h^2) + 2\,j\,.\,h}} \qquad (6)$$

2) ETUDE DE LA REPONSE EN FREQUENCE

Le module de la fonction de transfert (6) au voisinage de la fréquence de résonance f_0, soit h voisin de zéro, est donné ci-dessous :

$$\boxed{|A| = \frac{nQ}{\sqrt{(1 + n^2 - h^2)^2 + 4.h^2}}} \qquad (7)$$

2.1) Recherche des extremums de la fonction de transfert (7).

En dérivant l'expression de |A| par rapport à la variable fréquentielle h, on trouvera deux solutions :

- $h = 0$ c'est-à-dire $f = f_0$ correspondant au minimum central.
- Les maximums latéraux, symétriques par rapport au minimal central, sont tels que : $h = \pm\sqrt{n^2 - 1}$ soient deux fréquences correspondantes :

$$f_1 = f_0 - \frac{\sqrt{n^2 - 1}}{2Q} \quad \text{et} \quad f_2 = f_0 + \frac{\sqrt{n^2 - 1}}{2Q}$$

Ces maximums ne peuvent exister que pour n > 1. Il y a donc une valeur particulière du couplage correspondant à n =1 dit « couplage transitionnel » en dessous de laquelle les maximums latéraux disparaissent.

Pour n <1, il n'y a plus que la solution h = 0 qui est alors devenu un maximum central unique.

Les graphes en 3D suivants (figure 4 et figure5) résument les résultats obtenus pour un coefficient de qualité Q de 100.

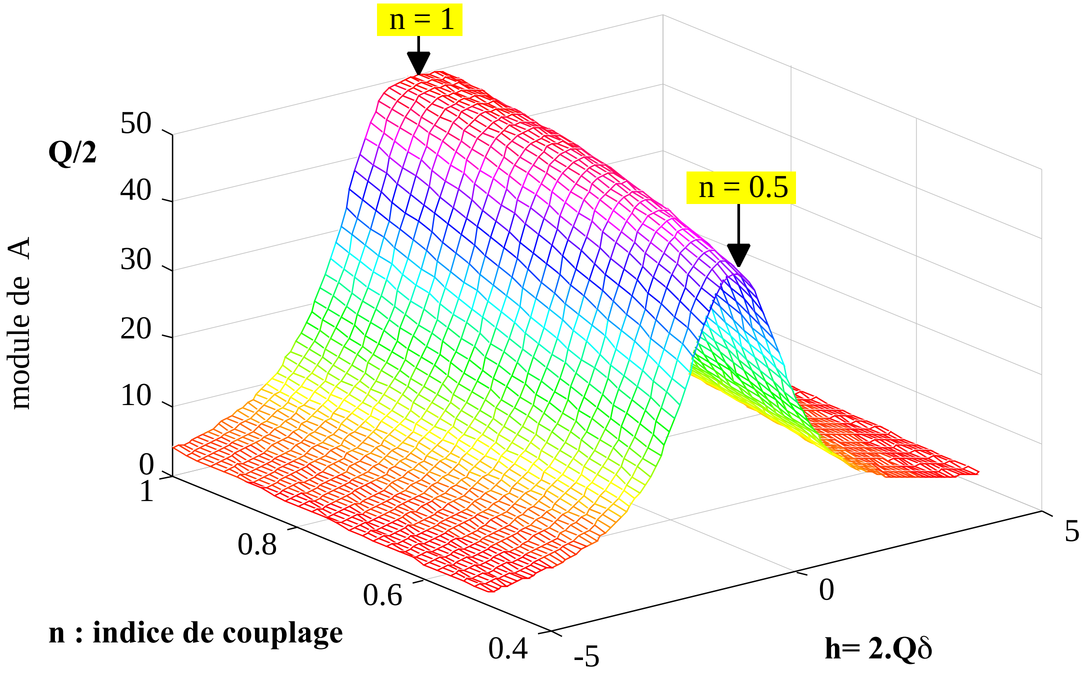


Figure 4 : Module de A en fonction de h (-5 à 5) et de n (0.5 à 1)

La figure 4 montre qu'un couplage n inférieur à 1 donne une courbe de réponse avec un seul maximum qui correspond à f= f_0 mais avec un maximum inférieur à Q.

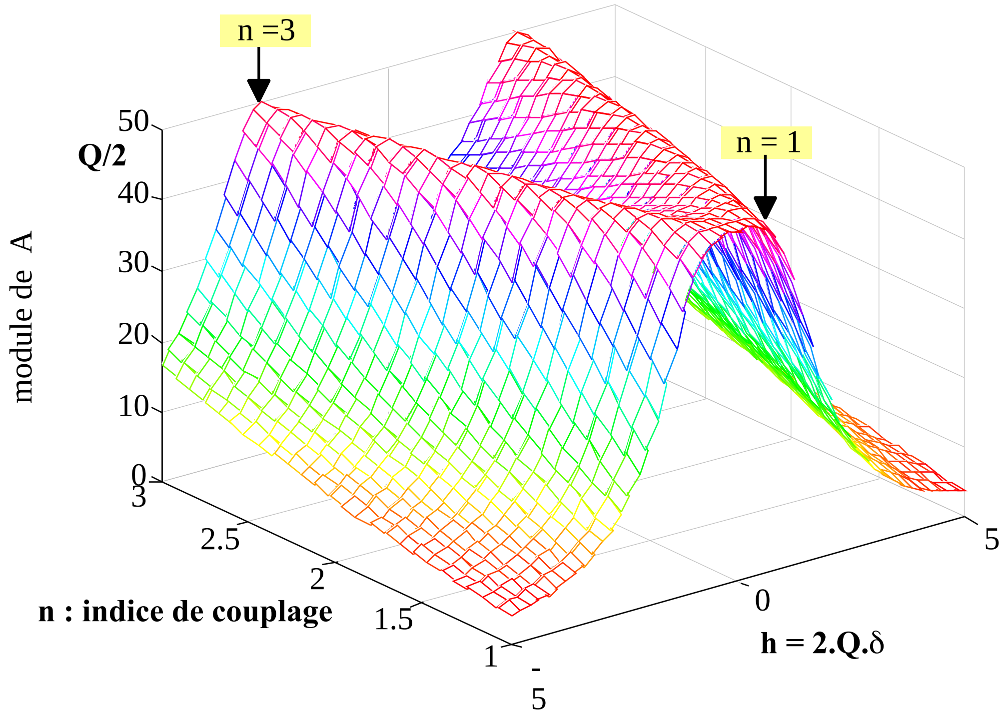


Figure 5 : Module de A en fonction de h (-5 à 5) et de n (1 à 3)

On voit sur la figure 5 que pour le couplage transitionnel (n = 1), fournit une courbe à maximum plat, puis à chute rapide. On obtient alors un bon filtre passe-bande.

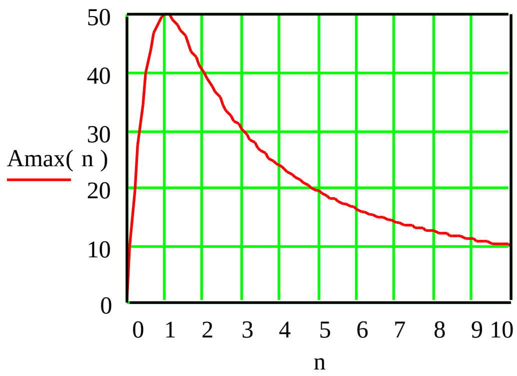
Pour un couplage n supérieur à 1, les résonances sont aiguës. Elles s'écartent de la fréquence propre de résonance f_0 (où h = 0) des circuits RLC séries.

2.2) Etude de l'ordonnée de l'extremum central de |A| en fonction du couplage n.

Ce qui précède montre que |A| est maximum pour n = 1. Ceci se retrouve facilement sur l'expression de $|A_{max}|$ pour h nul :

$$|A\ max| = \frac{nQ}{1+n^2}$$

On voit que |A| passe par un maximum au moment où les 3 extrêmes se confondent. Sa valeur est alors Q/2 c'est-à-dire la moitié de ce que l'on obtient avec un circuit résonant RLC série unique.



2.3) Etude des ordonnés des maximums latéraux

On trouvera sans difficulté que les ordonnées des maximums latéraux sont constants et correspondent à deux résonances successives sur des fréquences f_1 et f_2 différentes des fréquences propres f_0 et qui sont toujours de part et d'autre. On obtient alors :

$$|A_1| = |A_2| = |A_{max}| = \frac{Q}{2}$$

3) EXEMPLE : CIRCUITS COUPLES POUR RECEPTEUR DE RADIO EN F.M.

Les données correspondant à des circuits couplés pour un récepteur de radio F.M. sont les suivantes :

f_0 = 10,7 MHz, C = 220pF, L = 1 µH, r = 0,68 Ω et Q = 100

La figure 6 représente les courbes de réponses obtenues pour un indice de coulage n variant de 0,2 à 2,4.

Pour le couplage transitionnel n =1, la bande passante Δf du filtre est alors égale à 151 kHz Cependant il est aussi possible de choisir n = 1+√2 de manière à obtenir Δf = 347 kHz correspondant à un gain | A | compris entre $|A|_{max}$ et | A | / √2.
Un circuit RLC simple donnerait seulement une bande de 1O7 kHz.

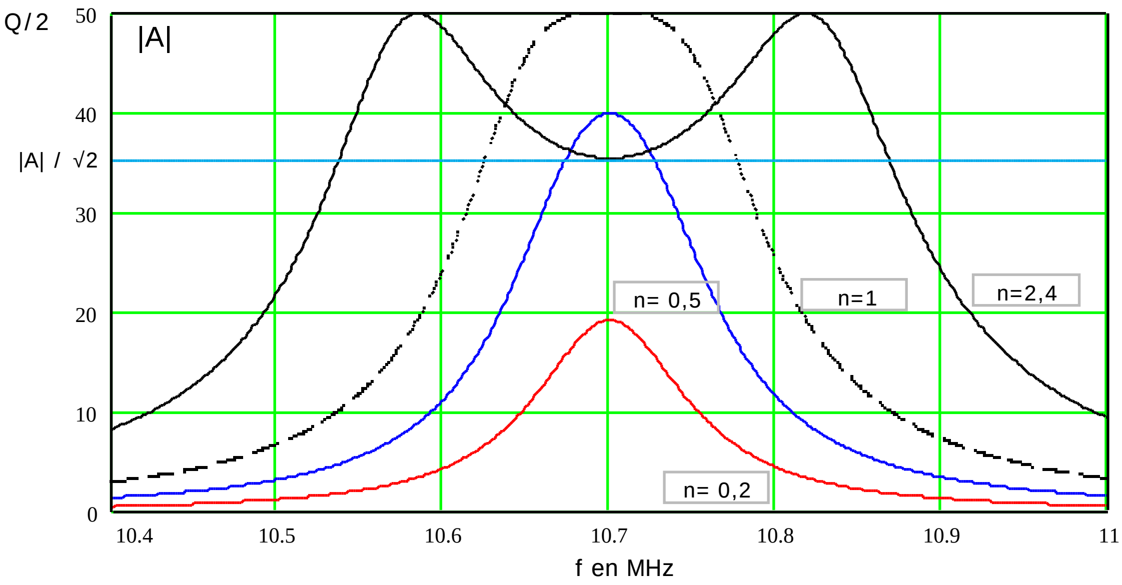


Figure 6

CONCLUSION

On voit que l'obtention d'un filtre passe-bande demande un couplage transitionnel (n =1) ou un peu au-dessus. On obtient ainsi une courbe de réponse relativement rectangulaire s'approchant d'un filtre de bande parfait. Ceci est nécessaire en Radio, Télécommunications... Traitement du signal et ce type de circuit y est fréquemment utilisé.

En pratique, il est difficile de réaliser des circuits parfaitement identiques, et bien accordés sur la même fréquence. Ceci n'est d'ailleurs pas absolument indispensable pour obtenir la courbe de réponse cherchée. Seule la mise au point expérimentale permet d'obtenir les résultats demandés en faisant notamment varier légèrement les selfs primaires et (ou) secondaires par modification de la position du milieu ferromagnétique lié au bobinage.