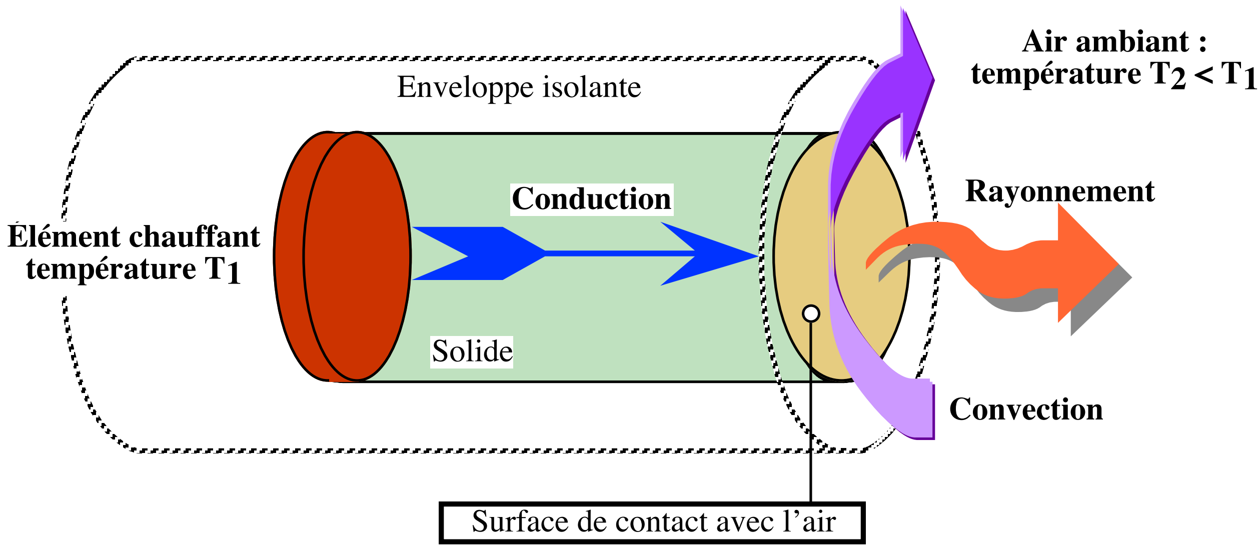
[1]COURS DE THERMIQUE



[1] Philippe ROUX© 2006

Il a fallu longtemps pour que l'on puisse distinguer entre les divers types d'échanges de chaleur et les classer en rayonnement, conduction, convection naturelle et convection forcée. D'ailleurs ne parle-t-on pas encore de «radiateurs» de chauffage central ou d'automobile, bien qu'une partie importante du flux de chaleur soit transmise à l'atmosphère par convection naturelle dans le premier cas et par convection forcée dans le second?

Le phénomène de la conduction de la chaleur existe dans tous les corps, solides ou fluides. Celui-ci se traduit par une élévation de température de proche en proche qui, pour les solides, correspond à un accroissement de l'énergie de vibration du réseau cristallin et, pour les fluides, à une transmission d'énergie cinétique opérée par les chocs entre les molécules. C'est à J. Fourier (1822) que l'on doit la théorie analytique de la conduction de la chaleur qui a amené, en dehors des applications physiques, à des progrès en analyse mathématique (cf. équations aux DÉRIVÉES PARTIELLES, SÉRIES TRIGONOMÉTRIQUES).

Dans les fluides, l'existence d'un champ de températures non-uniforme modifie localement la masse volumique de ces fluides et entraîne, dans un champ de forces volumiques (pesanteur, force centrifuge), des mouvements dits de convection naturelle. Ces mouvements ont été étudiés pour la première fois par H. J. E. Bénard (1901) entre deux plaques horizontales à températures différentes.

Le rayonnement thermique est connu depuis la plus haute Antiquité, dès que les hommes ont remarqué la possibilité de rôtir les viandes sans les enfumer en les disposant devant les braises incandescentes, dans le courant d'air froid, au lieu de les placer au-dessus de celles-ci, dans le courant d'air chaud ; c'est également le rayonnement des parois portées à haute température qui assure la cuisson du pain dans le four.

Par contre, les lois scientifiques du rayonnement ne se sont dégagées que très tardivement : si l'on met à part la loi « géométrique » de Lambert, donnant la distribution dans l'espace de l'énergie du rayonnement thermique d'un élément de surface, qui remonte à 1760 et qui semble avoir été pressentie (sinon explicitement formulée) par Kepler dès le début du XVIIe siècle, toutes les lois du rayonnement thermique ont été découvertes à partir de la fin du XIXe siècle. En 1879, J. Stefan découvre expérimentalement que l'énergie totale émise par un élément de surface est proportionnelle à la quatrième puissance de sa température ; cinq ans plus tard, L. Boltzmann en donne l'explication théorique ; l'analyse spectrale du rayonnement thermique ne commence que vers 1895, époque où J. W. Rayleigh et W. Wien établissent des formules plus ou moins empiriques donnant une répartition de l'énergie émise en fonction de la longueur d'onde et de la température; à la même époque, G. R. Kirchhoff énonce une loi établissant une relation entre la puissance émise par un corps dans une longueur d'onde particulière et l'absorption de ce corps pour la même longueur d'onde, caractérisant ainsi une qualité de rayonnement des corps par rapport au corps noir totalement absorbant et totalement émetteur.

À ce stade, toutes les manifestations extérieures du rayonnement thermique étaient ainsi assez bien connues, mais le mécanisme physique de ce rayonnement restait presque totalement ignoré. Le mérite revient à M. Planck d'avoir ouvert la voie à une compréhension approfondie non seulement du rayonnement thermique, mais de bien d'autres phénomènes physiques: c'est en effet pour rendre compte de l'existence d'un maximum dans la répartition spectrale de l'énergie rayonnée que Planck a été amené à supposer des échanges énergétiques discontinus, inaugurant ainsi les fructueuses théories quantiques et la physique corpusculaire, sans laquelle les mécanismes du rayonnement thermique ne pourraient être compris (cf. mécanique QUANTIQUE).

Il existe une certaine analogie entre le transfert de chaleur et le transfert d'énergie électrique. Ce dernier peut s'effectuer suivant deux modes : soit par contact et l'énergie électrique se transporte sous forme de courant électrique, soit à distance grâce aux ondes électromagnétiques. Le transfert de chaleur peut lui aussi se produire suivant deux modes semblables :

- par contact : c'est la conduction thermique
- à distance : c'est le rayonnement thermique.

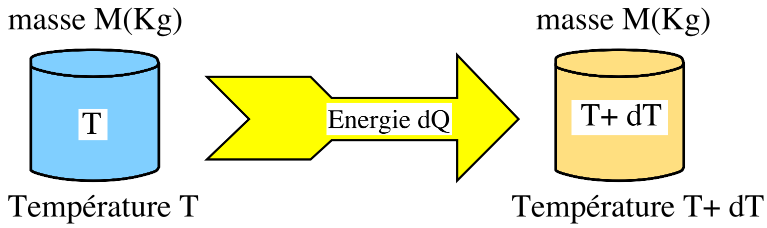
Pourtant on considère un troisième mode de transfert de l'énergie calorifique qui est la convection. Dans ce cas, le phénomène thermique est compliqué par des déplacements de matière et au transfert de chaleur, se superpose le transfert de masse.

Si pour des raisons pédagogiques, on est obligé d'étudier séparément, la conduction, la convection et le rayonnement, les trois modes d'échange de chaleur se présentent simultanément la plupart du temps dans les problèmes pratiques.

CHALEUR SPECIFIQUE OU CHALEUR MASSIQUE D'UN CORPS

Nous savons par expérience que pour porter la température d'un corps (solide, liquide ou gaz) d'une température T à une température T+dT, il faut apporter une certaine quantité d'énergie dQ (Joules ou calories) et que cette quantité sera d'autant plus grande que la masse M du corps sera grande. Si la transformation est réalisée à pression constante, la quantité dQ s'exprime selon :

$$dQ = M\,C_p\,dT \quad (1)$$



La quantité C_p (J.Kg^{-1}.K^{-1}) représente la chaleur massique (ou encore chaleur spécifique) du corps. Elle dépend du corps en question et également de la température. D'après la relation (1) la quantité nécessaire pour élever la température d'un corps de la température T_1 à T_2 est telle que :

$$Q = \int_{T_1}^{T_2} M.C_p(T).dT$$

Dans la gamme de température où C_p est pratiquement constante, la relation précédente devient :

$$Q = M.C_p.(T_2\text{-}T_1)$$

La relation (1) indique également que l'abaissement de la quantité dT d'un corps restitue de l'énergie dQ au milieu. Il y a donc dans la notion de chaleur massique l'idée de stockage d'énergie. D'ailleurs le tableau des analogies thermiques-électriques donné en annexe indique que le produit $M.C_p$ (J.K-1) est analogue à un condensateur.
Un condensateur de capacité C (en F) chargé sous une différence de potentiel dV (en volts) acquiert une charge $dQ_c = C.dV$ (en C). L'analogie thermique est donc qu'un corps de masse M et de chaleur massique Cp porté de T à T+dT stocke une quantité de chaleur : $dQ = M.C_p\,dT$.

Remarque : c'est en partie à cause de la chaleur massique des corps qu'après un fort ensoleillement, une pierre reste encore chaude la nuit. Cependant, comme un condensateur, il a fallu un certain temps pour la chauffer. On voit ainsi poindre la notion de constante de temps τ.
En électricité, la constante de temps $\tau = R.C$ régit le régime transitoire d'un circuit RC. Dans un système thermique, nous verrons que la constante de temps est liée au produit M.Cp ainsi qu'à la résistance thermique du milieu d'échange thermique.

TRANSFERT DE CHALEUR PAR CONDUCTION EN REGIME PERMANENT

La conduction est définie comme étant le mode de transfert de chaleur provoqué par la différence de température entre deux régions d'un milieu solide, liquide ou gazeux. L'effet macroscopique observable est une égalisation des températures du système. Cependant si certaines zones sont maintenues à température constante par apport de chaleur (réservoir de chaleur) ou évacuation de chaleur (puits de chaleur), il s'établit un transfert continu de la chaleur de la région chaude vers la région froide.

1) Loi de Fourier

Fourier apparente la conduction de chaleur à l'écoulement d'un fluide qui a lieu des régions chaudes vers les régions froides et dont les seules manifestations dans la matière se traduisent par des variations de températures (effet macroscopique). Les dilatations des dispositifs seront négligées.

Considérons un milieu cylindrique homogène de section S et de longueur L (figure 1). Les deux faces du cylindre sont maintenues respectivement à la température T_2 (source chaude) et T_1. (source froide). Il se produit un transfert d'énergie orienté de la source chaude vers la source froide. Le milieu étant homogène, en régime permanent, la température se répartit de manière uniforme.

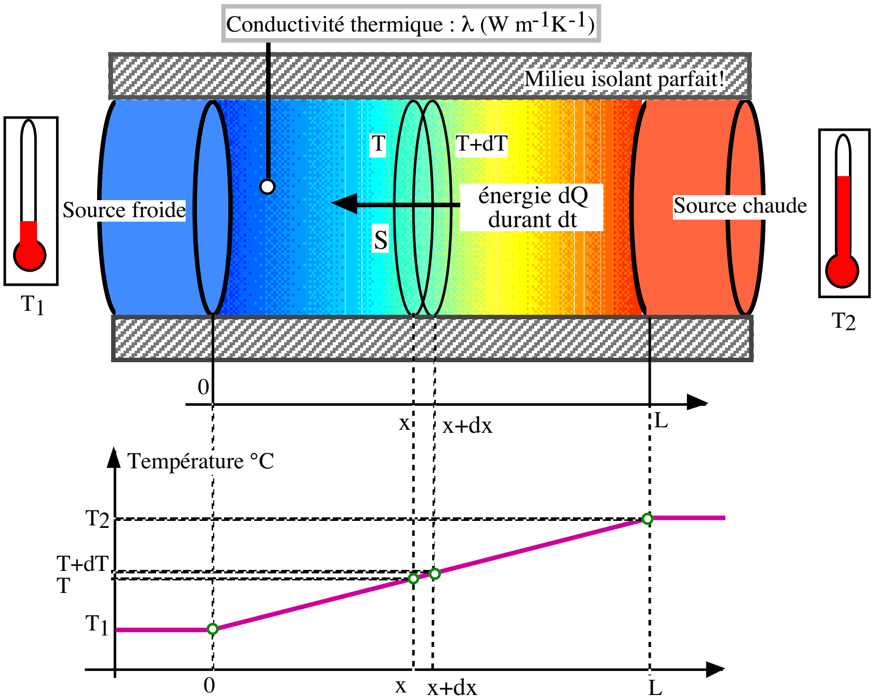


Figure 1

En régime permanent, la loi de Fourier exprime la quantité de chaleur élémentaire dQ qui traverse en x une surface S d'épaisseur dx durant le temps dt :

$$\boxed{dQ = -\lambda . S . \frac{dT}{dx} . dt} \quad (1)$$

- dQ : énergie élémentaire en Joule
- λ : Conductivité thermique du matériau en $W.m^{-1}.K^{-1}$ (voir abaques de l'annexe)
- S : section en m^2
- dt : temps élémentaire en s
- $\dfrac{dT}{dx}$: gradient de température en x en $K.m^{-1}$

La relation (1) permet de définir :

Le **flux de chaleur Φ** en Watt qui circule en x : $\boxed{\Phi(W) = \frac{dQ}{dt} = -\lambda.S.\frac{dT}{dx}}$ (2)

Ainsi que la **densité de chaleur φ** en W.m^{-2} : $\varphi = \frac{\Phi}{S} = -\lambda.\frac{dT}{dx}$ (3)

Remarque : le signe – des relations précédentes indique que le flux de chaleur circule dans le sens opposé au gradient de température (dT/dx est positif sur la figure 1).

2) Conséquence de la loi de Fourier : conductance et résistance thermique d'un mur

Considérons en figure 2, un mur homogène d'épaisseur L, de section S, de conductivité thermique λ dont la face en x = 0 est maintenue à la température T_1 et la face en x= L à la température T_2. Le flux de chaleur Φ (W) qui traverse ce mur, est tel que :

$$\Phi = -\lambda.S.\frac{dT}{dx} \quad (3)$$

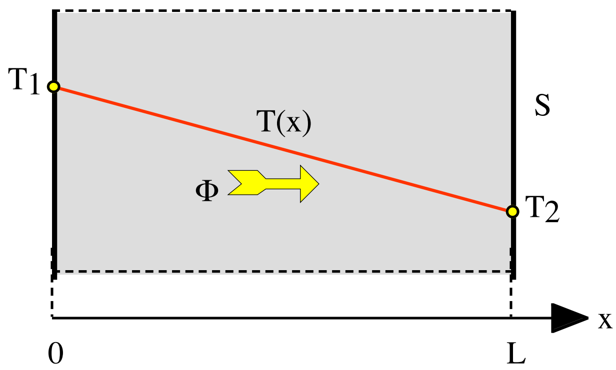


Figure 2

En régime permanent, la répartition de la température est linéaire : $T(x) = -\frac{T_1 - T_2}{L}x + T_1$

Le gradient de température est alors constant : $\frac{dT(x)}{dx} = -\frac{T_1 - T_2}{L}$

La relation (3) devient alors :

$$\Phi = \frac{\lambda S}{L}(T_1 - T_2)$$

Le flux de chaleur est donc proportionnel à la différence de température entre les faces du mur. Le coefficient de proportionnalité représente la **conductance thermique** du dispositif :

$$G_{th}(W/K) = \frac{\lambda S}{L}$$

On définit aussi **la résistance thermique** du milieu :

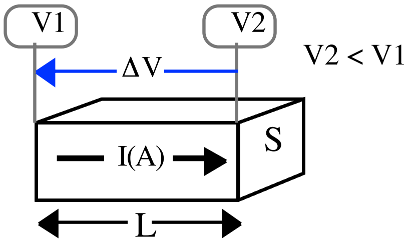
$$\boxed{R_{th}(K/W) = \frac{1}{G_{th}} = \frac{1}{\lambda}\frac{L}{S}}$$

Dans ces conditions, la différence de température entre les deux faces s'écrit :

$$\boxed{T_1 - T_2 = R_{th}.\Phi}$$

Cette relation conduit naturellement à une analogie électrique. En effet, un milieu homogène de longueur L, de section S, ayant une <u>conductivité électrique</u> σ (Ω.cm), parcouru par un courant I(A) développe une différence de potentiel V_1-V_2, telle que :

$$V_1 - V_2 = R.I \qquad où \quad : \quad R(\Omega) = \frac{1}{\sigma}\frac{L}{S}$$



Dans ces conditions on peut dresser un tableau d'analogies :

Différence de température ΔT	Flux de chaleur Φ(w)	Résistance électrique Ω
Différence de potentiel ΔV	Intensité du courant électrique I	Résistance thermique K/W

Ainsi il est possible de décrire un problème thermique de conduction par un schéma thermique.:

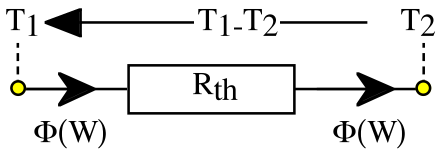
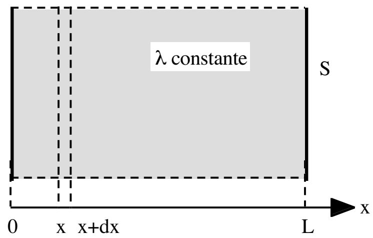


Figure 3

3) Détermination de la résistance thermique de dispositifs à géométrie circulaire et sphérique.

Principe : considérons à nouveau un mur homogène, de conductivité thermique λ constante, de section S et d’épaisseur L.



Si on découpe ce mur en éléments d’épaisseur infinitésimale dx, chaque portion représente une résistance thermique élémentaire : $dR_{th} = \frac{1}{\lambda}\frac{dx}{S}$.La résistance thermique de l’ensemble du mur est telle que : $R_{th} = \int_{x=0}^{x=L} \frac{1}{\lambda}\frac{dx}{S} = \frac{1}{\lambda}\frac{L}{S}$

Appliquons ce principe de calcul à des milieux de géométrie différente.

a) Milieu à géométrie circulaire.

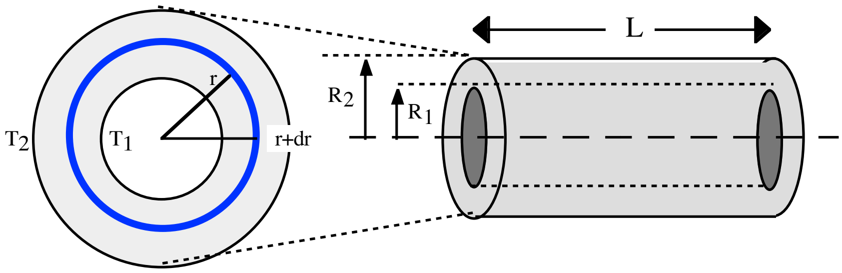


Figure 4

Considérons en figure 4, un manchon homogène de rayon interne R_1, de rayon externe R_2 et de longueur L. La surface interne est maintenue à une température T_1 et la surface externe à la température T_2. A la distance r de l'axe, on défini un cylindre de surface $S = 2\,\pi\, r\, L$ ayant une épaisseur élémentaire dr. Sa résistance thermique élémentaire s'exprime selon :

$$dR_{th} = \frac{1}{\lambda}\frac{dr}{2\pi\ r\ L}$$

La résistance thermique totale est donc :

$$\boxed{R_{th} = \frac{1}{2\pi\ \lambda\ L}\int_{R_1}^{R_2}\frac{dr}{r} = \frac{1}{2\pi\ \lambda\ L}\ ln(\frac{R_2}{R_1})}$$

b) Milieu à géométrie sphérique.

Considérons en fig. 5 une sphère creuse homogène de rayon interne R_1 et de rayon externe R_2. Les surfaces internes et externes sont maintenues à la température T_1 et T_2.

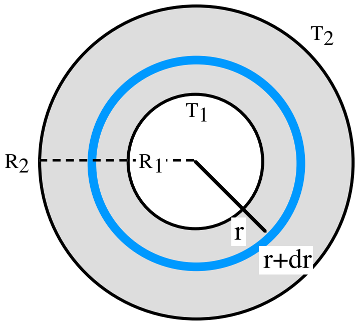


Figure 5

A la distance r de l'axe, on définit une sphère de surface $S = 4\,\pi\, r^2$ ayant une épaisseur élémentaire dr. Sa résistance thermique élémentaire s'exprime selon : $dR_{th} = \frac{1}{\lambda}\frac{dr}{4\pi\ r^2}$

La résistance thermique totale est donc :

$$\boxed{R_{th} = \frac{1}{4\pi\ \lambda}\int_{R_1}^{R_2}\frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\ \lambda}\ (\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2})}$$

4) Association de résistances thermiques

a) Association série (figure 6)

Soit un mur de section S composé de deux matériaux différents (par exemple : plâtre sur brique). En régime permanent, un flux de chaleur Φ circule dans le sens des températures décroissantes.

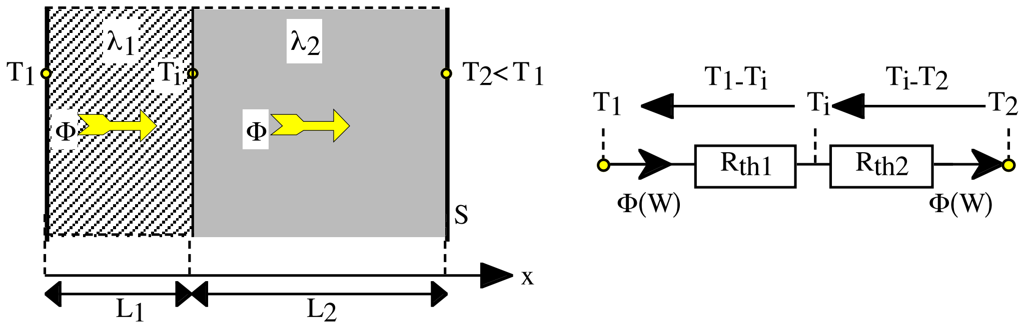


Figure 6

Si on nomme T_i, la température de l'interface entre les deux matériaux de résistance thermique R_{th1} et R_{th2} on peut exprimer le flux de chaleur selon :

$$\Phi = \frac{T_1 - T_i}{R_{th1}} \qquad \Phi = \frac{T_i - T_2}{R_{th2}}$$

On en déduit :

$$T_1 - T_2 = \Phi \ (R_{th1} + R_{th2})$$

La résistance thermique totale du mur est donc égale à la somme des résistances thermiques des matériaux.

b) Association parallèle (figure 7)

Considérons un dispositif d'échange de chaleur composé de deux matériaux différents ; par exemple un vitrage disposé dans un mur en briques ($T_1 > T_2$).

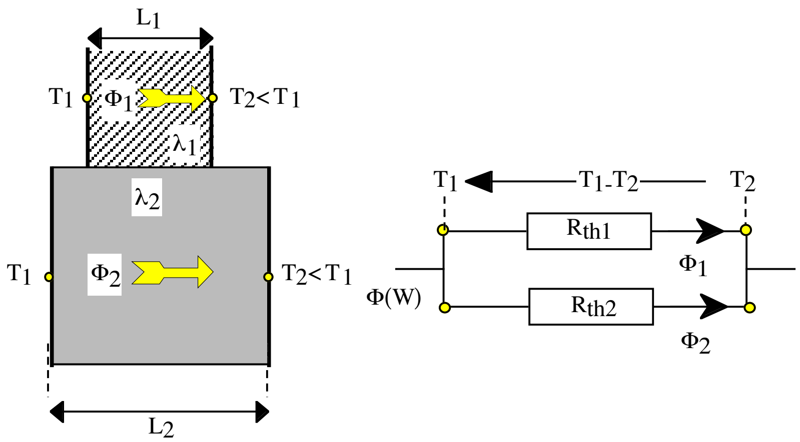


Figure 7

Le flux de chaleur total Φ possède deux composantes Φ_1 et Φ_2 tel que : $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$.
Sachant que :

$\Phi_1 = G_{th1} (T_1\text{-}T_2)$

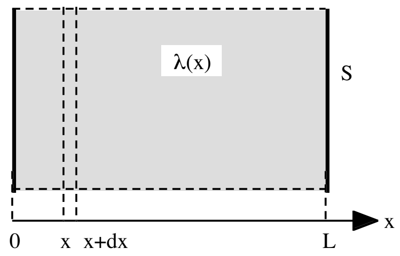
$\Phi_2 = G_{th2} (T_1\text{-}T_2)$

On en déduit : $\Phi = (G_{th1}+G_{th2}) (T_1\text{-}T_2)$.
La conductance thermique totale est donc égale à la somme des conductances thermiques des matériaux du dispositif.

4) Résistance thermique d'un mur non homogène λ(x)

Considérons à nouveau un mur non homogène, de conductivité thermique λ(x), de section S et d’épaisseur L. La résistance thermique élémentaire d'un élément en x d'épaisseur dx est telle que : $dR_{th} = \frac{1}{\lambda}\frac{dx}{S}$. La résistance thermique totale du mur s'exprime selon l'expression :

$$R_{th} = \frac{1}{S}\int_{x=0}^{x=L}\frac{1}{\lambda(x)}\,dx$$



CONVECTION EN REGIME PERMANENT

La convection thermique est le mode de transmission qui implique le déplacement d'un fluide, liquide ou gazeux. Dans un fluide, il est pratiquement impossible d'assister à de la conduction pure car le moindre gradient de température entraîne des courants de convection, c'est-à-dire un transport de masse. On distingue deux types de convection, la convection naturelle (ou encore convection libre) et la convection forcée (ventilation).

La convection naturelle apparaît spontanément, elle se produit dans un fluide au sein duquel existe un gradient de température. C'est le cas dans une pièce où l'air chaud produit au niveau du sol va monter au plafond tandis que l'air froid va descendre. Le mouvement est dû au fait que l'air chaud est moins dense que l'air froid et monte donc sous l'effet d'une force d'Archimède. Autre exemple : mouvement de l'eau dans une casserole chauffée par une plaque électrique.

La convection forcée se produit quand le mouvement du fluide est imposé par une intervention extérieure, par exemple une pompe ou un ventilateur (cas des radiateurs de voiture, des montages électroniques refroidis ou chauffés par ventilateur, etc.).

Quel que soit le mode de convection, le transfert d'énergie entre la surface d'un corps solide à la température T et le fluide environnant se fait par conduction thermique puisque la vitesse du fluide est nulle à la surface du corps solide. La continuité de la densité du flux d'énergie à la surface permet donc d'écrire :

$$\varphi\Big|_{surface}(W.m^{-2}) = -\lambda_s \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{\substack{solide \\ x=0}} = -\lambda_f \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{\substack{fluide \\ x=0}}$$

où λ_s et λ_f sont respectivement les conductivités thermiques du solide et du fluide.

Le problème est de déterminer le gradient de température à la surface qui dépend du phénomène de conduction. La densité du flux à la surface dépend du couplage entre un phénomène de conduction transverse (suivant ox) et un phénomène de convection. Il s'agit donc d'un problème très compliqué où la thermique et la mécanique des fluides sont couplées. Il est hors de question de rentrer plus à fond dans les méandres de la mécanique des fluides. D'ailleurs, d'un point de vue pratique, les problèmes de convection sont traités par des formules semi-empiriques.

Abordons le problème par le côté pratique. Pour cela, supposons un volume d'air immense à la température T_a (réservoir de température). Plaçons dans ce volume une résistance électrique ou encore un transistor de puissance qui dissipe de l'énergie. Loin de l'élément chauffant, une sonde de température indique la température T_a. Au fur et à mesure que la sonde est approchée de la surface de l'élément chauffant, la température augmente. Intuitivement, on doit obtenir un profil de température analogue à celui de la figure 8 où T_s est la température de la surface de l'élément chauffant.

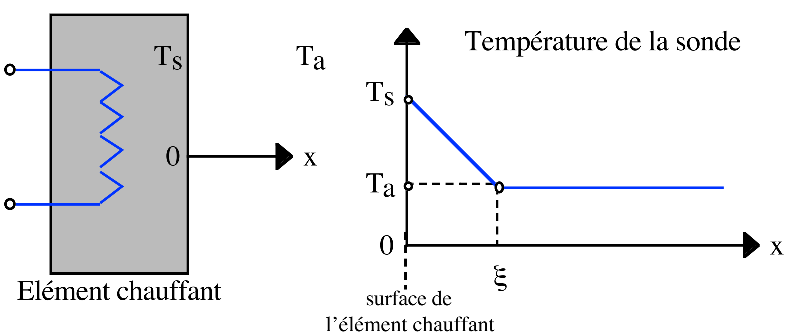


Figure 8

La température chute donc dans une couche très faible près de la surface. On introduit alors le concept de couche limite notée ξ telle que la densité du flux d'énergie φ à la surface s'écrive :

$$\varphi\big|_{surface}(W.m^{-2}) = -\lambda_s \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{\substack{solide \\ x=0}} = -\lambda_f \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{\substack{fluide \\ x=0}} = -\lambda_f . \frac{T_a - T_s}{\xi}$$

On peut alors définir le flux de chaleur échangé par convection :

$$\boxed{\Phi(W) = h.S.(T_s - T_a) \qquad avec : h(W.m^{-2}.K^{-1}) = \frac{\lambda_f}{\xi}}$$

Cette équation est appelée **loi de Newton** où **h** représente le **coefficient de transfert convectif**. Ce coefficient ne dépend pas en général de la nature de la paroi mais uniquement des propriétés du fluide (viscosité, coefficient de dilatation thermique, densité) et de la nature de l'écoulement (laminaire ou turbulent). On retiendra que le coefficient d'échange convectif **h décrit globalement** le phénomène de convection et qu'il permet de définir une conductance thermique de convection :

$$\boxed{G_{th\ \ convection} = h.S \qquad telle\ \ que\ \ :\ \ \Phi = G_{th\ \ convection}.(T_s - T_a)}$$

L'épaisseur de la couche ξ dépend du type d'écoulement du fluide au voisinage de la paroi. Dans le cas d'un écoulement laminaire, les "filets" fluides contigus glissent les uns contre les autres sans se mélanger dans la direction normale aux filets. Autrement dit, il n'y a pas de brassage du fluide. Ce type d'écoulement est obtenu pour des vitesses de fluide faibles.

Quand la vitesse d'écoulement du fluide augmente, on passe du régime laminaire au régime turbulent. Les filets fluides sont alors animés de mouvements tourbillonnaires de caractère aléatoire. Le mouvement fluide se fait alors à trois dimensions avec un brassage important qui favorise les échanges thermiques. L'épaisseur de la couche limite ξ diminue quand on passe d'un écoulement laminaire à un écoulement turbulent.

Les ordres de grandeurs des coefficients de transfert convectifs h sont donnés dans le tableau ci-dessous :

Type de transfert	Fluide	h ($Wm^{-2}K^{-1}$)
Convection naturelle	air	5 à 50
	eau	100 à 1000
Convection forcée	air	10 à 500
	eau	100 à 15000
	huile	50 à 1500
	métaux liquides	5000 à 250000

TRANSFERT DE CHALEUR PAR RAYONNEMENT

On entend par rayonnement thermique, l'émission d'énergie susceptible de se transmettre dans le vide, il s'agit du rayonnement électromagnétique. Dans la pratique, le rayonnement s'effectue en présence d'un gaz, c'est la raison pour laquelle le rayonnement est rarement le seul type d'échange thermique mis en jeu : la convection et la conduction sont également présentes. Cependant aux hautes températures, le rayonnement prend une importance prépondérante.

Le rayonnement des corps est dû à des transitions énergétiques par exemple des états de vibrations quantifiées de la chaîne d'atomes. Lorsque l'état du système passe d'un niveau énergétique E au niveau E+dE, il y a émission d'un photon de fréquence ν tel que $h\nu = dE$ avec $h = 6.6\ 10^{-34}\ Js^{-1}$ la constante de Plank. Par exemple un rayonnement infrarouge ayant une longueur d'onde de 1µm correspond à une fréquence $\nu = c/\lambda = 3.10^{14}$ Hz et possède une énergie de $dE = h\nu = 1.9810^{-19}$ J soit 1.23 eV.

Si un corps rayonne, il émet donc de l'énergie et sa température doit baisser. Cependant dans la pratique un corps n'est jamais isolé. Il est en équilibre avec le milieu qui l'entoure et par conséquent il reçoit lui-même de l'énergie et sa température atteint un équilibre. Le rayonnement émis est alors une caractéristique de cette température. C'est par exemple le cas de la Terre et du soleil. Le soleil réchauffe la terre par rayonnement (λ = 400 nm) et la terre remet un rayonnement de manière à assurer une température de l'ordre de 300K.

On peut exprimer le phénomène global du rayonnement de la façon suivante. Considérons en figure 9 un mur de surface S dont les deux faces sont respectivement maintenues aux températures T_1 et T_s.($T_1 > Ts$). Ce mur est donc soumis à un phénomène de conduction. On suppose que seule la surface située à droite échange de la chaleur par rayonnement avec le milieu ambiant à la température T_a.

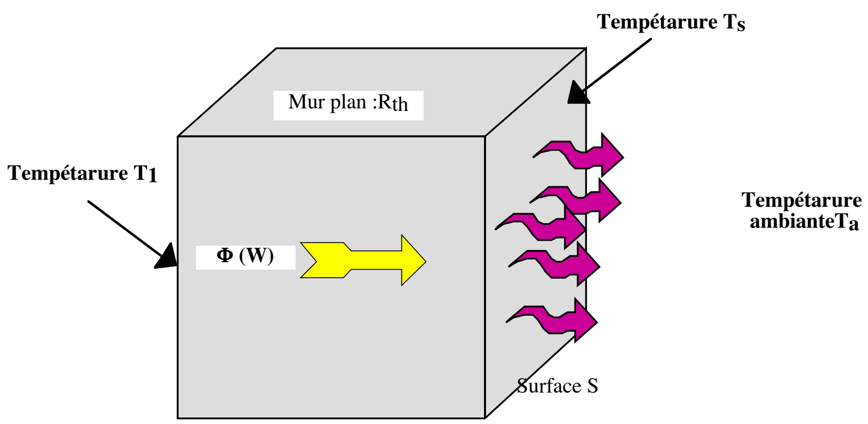


Figure 9

D'après la loi de Stéphan, le flux de chaleur échangé entre la surface S et le milieu ambiant peut s'écrire :

$$\boxed{\Phi(W) = \varepsilon.\sigma.S.(T_s^4 - T_a^4)}$$

- σ : constante de Sptéphan Boltzmann $5.67\ 10^{-8}\ W.m^{-2}.K^{-4}$
- S : surface d'échange (m^2)
- ε : coefficient d'émission de la surface (ε = 1 pour un corps noir , ε <<1 corps brillant
- T_s : température de surface du corps
- T_a : température ambiante.

La puissance 4ème de la température implique une transformation systématique de l'unité de température en degré Kelvin (T(K) = T(°C)+273.15).

Le corps noir est défini comme étant une surface idéale qui absorbe tout le rayonnement qu'elle reçoit. Le soleil peut être considéré comme un corps noir dont la température de surface est proche de 5800 K. Expérimentalement on observe que les corps les plus absorbants sont aussi les plus thermiquement émissifs. C'est pourquoi le corps noir est pris comme élément de comparaison et de référence pour le rayonnement des corps quelconques. L'influence du matériau sur l'énergie rayonnée est définie par le coefficient d'émission ε (pris égal à 1 pour le corps noir).

L'expression du flux de chaleur échangé par rayonnement est non linéaire, elle fait intervenir la température (en K) à la puissance quatrième. On peut cependant la linéariser lorsque la différence de température T_s-T_a reste faible.
En effet on peut écrire le flux de chaleur :

$$\Phi = \varepsilon.\sigma.S.(T_s^3 + T_sT_a^2 + T_aT_s^2 + T_a^3)\ (T_s - T_a)$$

Si on fait l'approximation : $T_s^2T_a = T_s^3$ et $T_a^2T_s = T_a^3$, en introduisant de plus la température moyenne $T_m = \dfrac{T_s + T_a}{2}$

La relation est sensiblement devient :

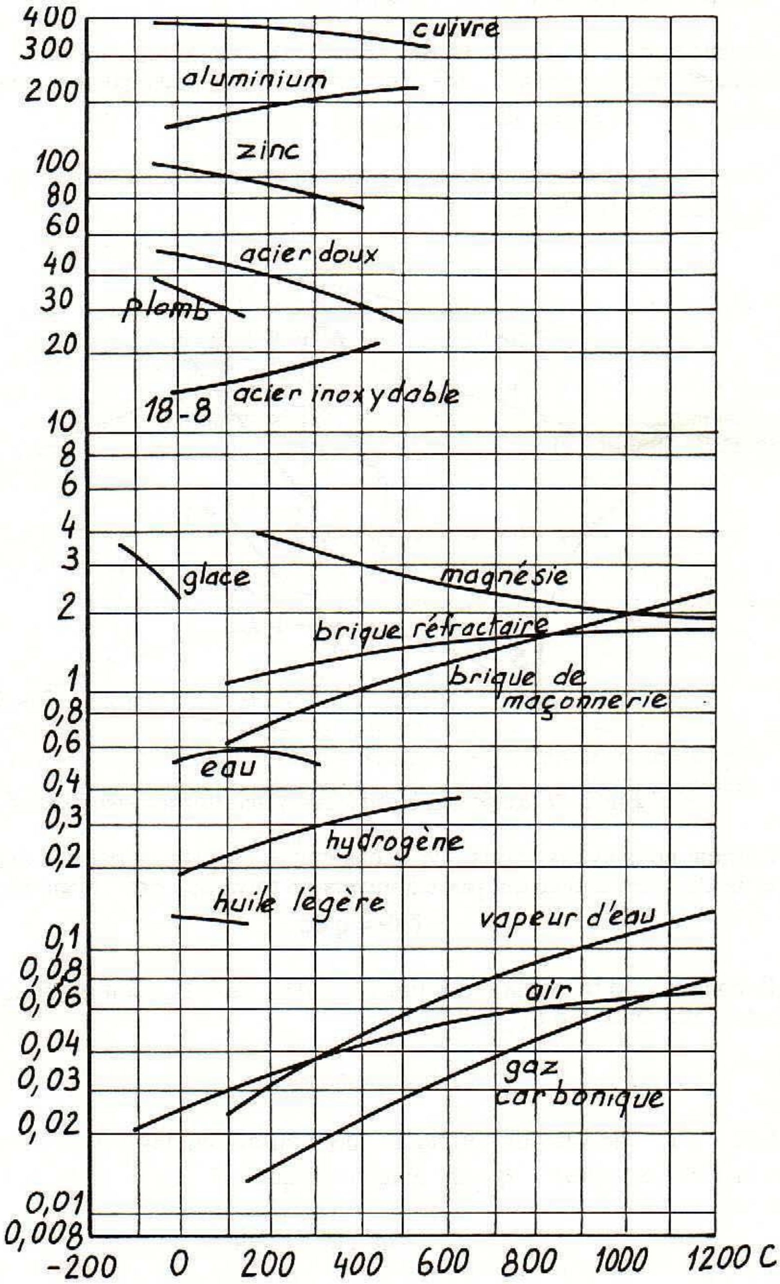
$$\boxed{\Phi(W) = h_r.S.(T_s - T_a) \qquad avec\ :\ h_r = 4.\varepsilon.\sigma.T_m^3}$$

On retrouve alors une formulation semblable à celle du flux de chaleur échangé par convection avec un coefficient d'échange par rayonnement h_r exprimé en $W.m^{-2}.K^{-1}$.

Dans le cas d'un transfert de chaleur couplé convection-rayonnement, on peut définir un coefficient d'échange global : $h_g = h_c + h_r$. conduisant à un flux de chaleur global : $\Phi(W) = h_g.(Ts-Ta)$.

Facteur d'émission normale de surface ε de quelques matériaux à 300 K

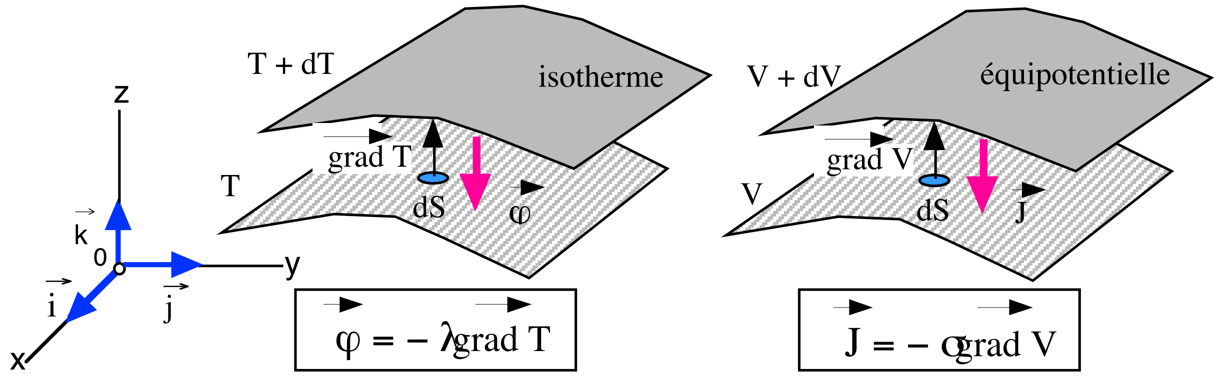
Acier inox	0.25
Ciment	0.96
Brique	0.75
Béton	0.93
Pierre	0.93
Email	0.85 à 0.95
Laque	0.95
Peinture à l'huile	0.94
Peinture aluminium	0.35
Liège	0.93



Conductivité de différents matériaux en fonction de la température (d'après J. Crabol : transfert de chaleur tome 1 Masson).

ANALOGIE ELECTRIQUE DE LA CONDUCTION THERMIQUE

Thermique : densité de flux de chaleur | **Electricité :** densité de courant



Chaque point M d'un solide est représenté par ses coordonnées x, y, et z, en ce point existe une température T (x, y, z). Il existe au voisinage de M d'autres points ayant la même température. En procédant de proche en proche, on peut ainsi construire dans le solide une surface S où tous les points sont à la même température. Cette surface est dite isotherme. On démontre en mathématiques que le vecteur gradient de température T (x, y, z) est tel que : $\overrightarrow{grad}\,T = \frac{\partial T}{dx}\vec{i} + \frac{\partial T}{dy}\vec{j} + \frac{\partial T}{dz}\vec{k}$. Ce vecteur gradient est perpendiculaire à la surface isotherme, il est dirigé vers une surface à température supérieure à T.

Le transfert de chaleur par conduction thermique entre deux points d'un solide homogène est analogue au courant électrique dans un conducteur. A l'équation $\vec{\varphi} = -\lambda\ \overrightarrow{grad}\ T$ correspond en électricité : $\vec{J} = -\sigma\ \overrightarrow{grad}\ V$. Le vecteur $\vec{J}$ représente la densité de courant (en $A.m^{-2}$), σ la conductivité électrique (en $\Omega^{-1}.m$) et V le potentiel (en Volt). Comme en thermique, les lignes de courant sont perpendiculaires aux équipotentielles et le courant s'écoule des potentiels élevés vers les potentiels plus faibles.

Tableau des équivalences :

Grandeurs thermiques	Grandeurs électriques
Conductivité thermique λ ($Wm^{-1}K^{-1}$)	**Conductivité électrique σ ($\Omega^{-1}m^{-1}$)**
Différence de Température (K)	**Différence de potentiel (V)**
Densité de flux de chaleur ($W\ m^{-2}$)	Densité de courant ($A\ m^{-2}$)
Résistance thermique R_{th} ($K.W^{-1}$)	**Résistance électrique R (Ω)**
Conductance thermique G_{th} ($W\ K^{-1}$)	Conductance électrique G (Ω^{-1})
Flux de chaleur Φ (w)	**Générateur de courant I (A)**
Capacité thermique $C_{th} = M.C_p$ ($J\ K^{-1}$)	**Capacité électrique C (F)**

PROPAGATION DE LA CHALEUR PAR CONDUCTION

On considère un tube homogène, parfaitement isolé, de longueur L et de section S possédant une masse volumique, une conductivité thermique λ et une chaleur massique C_p (figure 1).

Initialement les deux réservoirs de chaleur situés de part et d'autre du dispositif sont à la même température T_0. Le système est alors en équilibre thermique et l'ensemble est à la température T_0. A l'instant t = 0s, le réservoir de température R_{V1} passe de T_0 à la température T_1 alors que celle de R_{V2} est inchangée. On se propose de déterminer l'évolution de la température dans le tube en fonction de la distance x et du temps t.

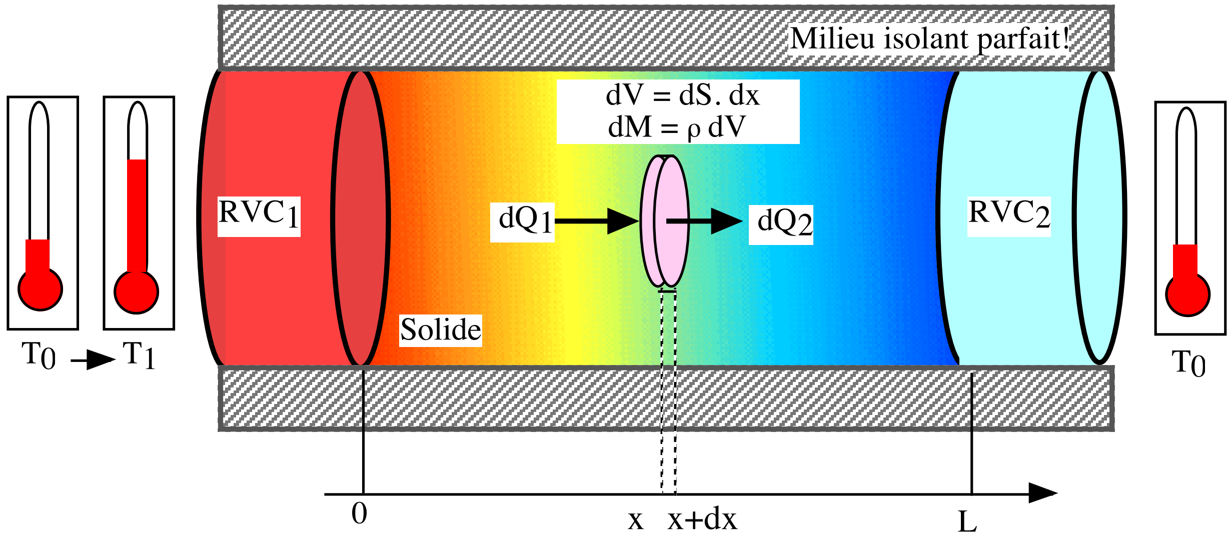


Figure 1

Prenons en x un volume élémentaire dV, de surface dS et d'épaisseur dx. La loi de Fourier permet de connaître durant un temps dt, la quantité de chaleur dQ_1 qui passe en x et dQ_2 en x+dx :

$$dQ_1 = -\lambda.[\frac{dT}{dx}]_x \quad dS.dt \qquad\qquad dQ_2 = -\lambda.[\frac{dT}{dx}]_{x+dx} \quad dS.dt$$

Sachant que $dQ_1 > dQ_2$, la différence de quantité de chaleur entre x et x+dx, a été accumulée dans le volume élémentaire dV = dS.dx considéré. Cet élément de volume a pour masse : $dM = \rho.dV$. Compte-tenu de sa chaleur massique C_p, on peut écrire :

$$dQ_1\text{-}dQ_2 = dM.C_p.dT \text{ soit : } dQ_1\text{-}dQ_2 = \rho.dx.dS.C_p.dT$$

Dans ces conditions :

$$\frac{[\frac{dT}{dx}]_{x+dx} - [\frac{dT}{dx}]_x}{dx} = \frac{\rho.C_p}{\lambda}\frac{dT}{dt}$$

Le terme de gauche représente en fait la dérivée seconde de l'évolution de la température en fonction de la distance x. La relation devient donc :

$$\boxed{\frac{d^2T}{dx^2} - (\frac{\rho.C_p}{\lambda})\frac{dT}{dt} = 0} \quad (1)$$

où $\frac{\rho.C_p}{\lambda}$ représente la constante de diffusion thermique D_{th}(en $s.m^{-2}$) du matériau.

Si on se place en régime permanent, c'est-à-dire : $\frac{dT}{dt} = 0$, la relation (1) a pour solution :

$$T(x) = \frac{T_0 - T_1}{L} x + T_1$$

La répartition de la température dans le tube en régime permanent est donc linéaire.

1) Régime transitoire

Dans le cas général, la solution de l'équation (1) dépend des conditions initiales et sa résolution sort du cadre des mathématiques enseignés en début de première année.
La figure 2 représente la solution de l'équation différentielle (1) pour un tube de longueur L de 10 cm, ayant une constante de diffusion thermique D_{th} = 0.835 $cm^{-2}.s^{-1}$. La température T_0 de RVC_2 est égale à 0°C alors que RVC_1 passe de 0 à 50°C à l'instant t = 0.

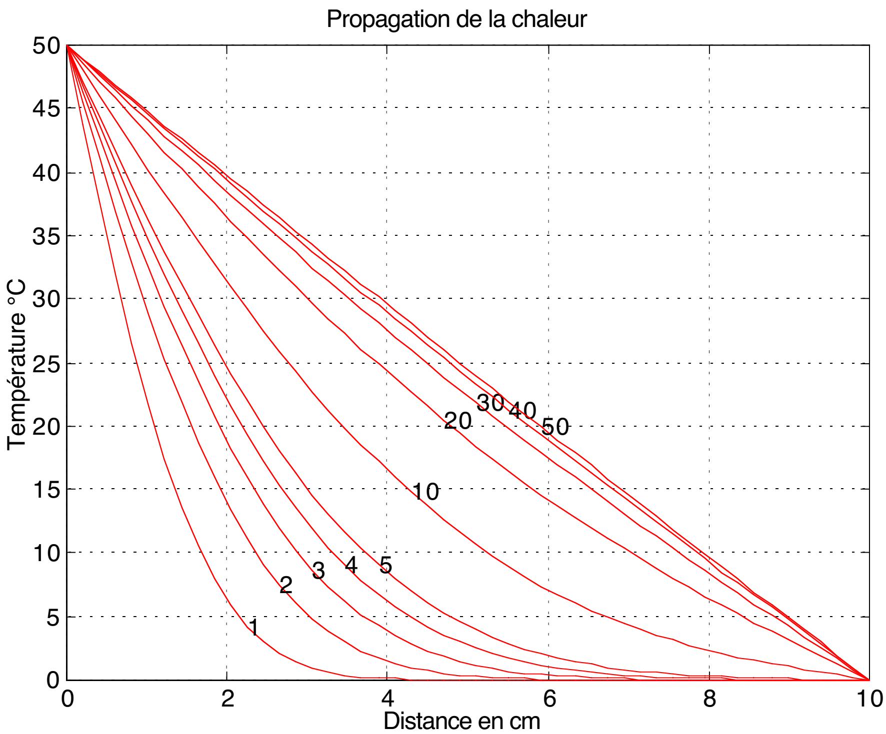


Figure 2 : Propagation de la chaleur dans le tube

La figure 2 montre que la répartition de la température dans le tube en fonction du temps et de la distance est caractérisée par un régime transitoire de durée 50s. Au-delà, sa répartition devient linéaire.

Autre exemple : on considère en figure 3, un tube homogène de longueur L = 10 cm ayant une constance de diffusion thermique : $D_{th} = 10^{-4}$ $s.m^{-2}$. Initialement les deux réservoirs de chaleur sont à la température T_0 de 30°C.
A l'instant t = 0 s, la température des réservoirs de chaleur RVC prend la valeur T_1 = 100 °C.

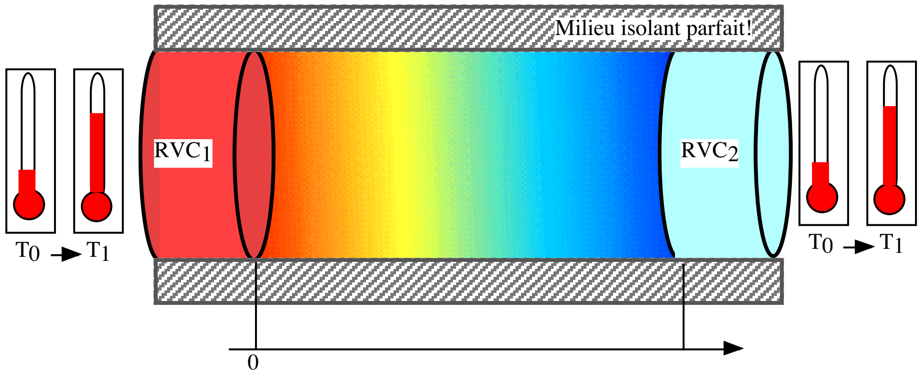


Figure 3

La solution de l'équation (1) est telle que :

$$T(x,t) = T_1 + \frac{2}{\pi}(T_1 - T_0).\sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{1}{n}[1-(-1)^n]\sin(n\pi\frac{x}{L})\ \exp(-n^2\pi^2 D_{th}\frac{t}{L^2})$$

En prenant n = 100, le graphe de la relation précédente est donné en figure 4 qui montre qu'au bout de 300 s, le régime permanent est terminé et que l'ensemble de la barre est à la température T_1 d'équilibre de 100°C.

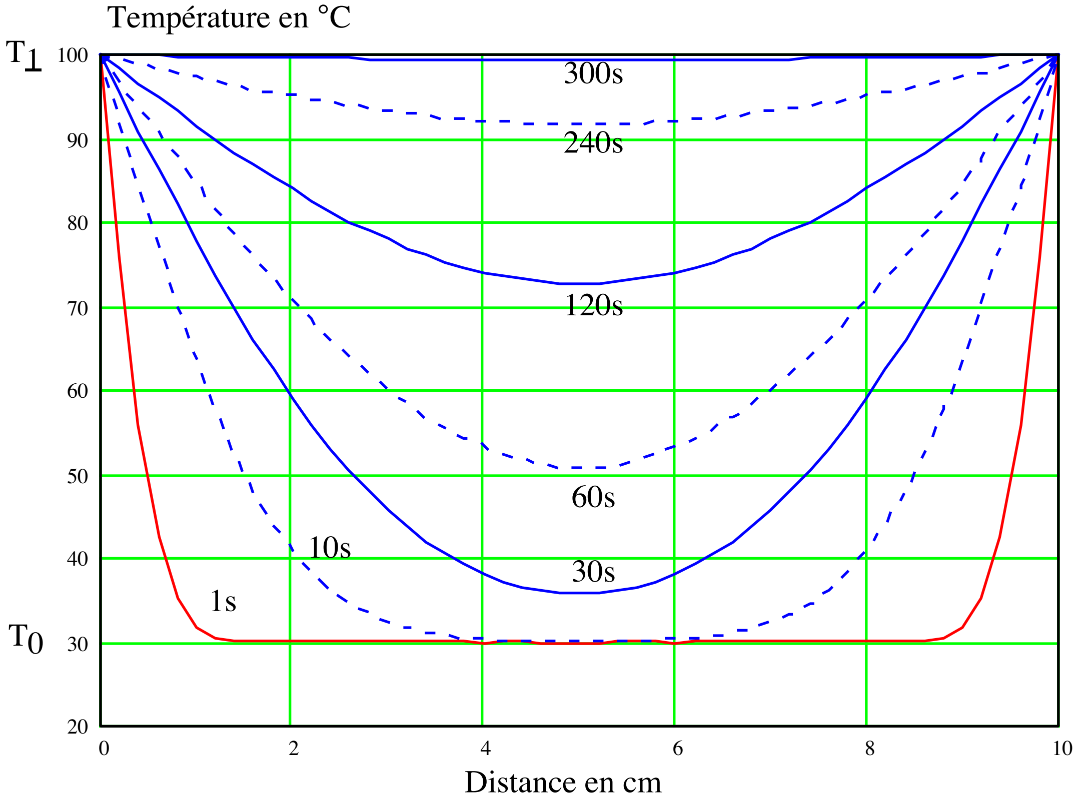


Figure 4

CALCUL DU RADIATEUR A ASSOCIER A UN COMPOSANT ELECTRONIQUE

En régime permanent, la puissance électrique consommée par les jonctions des composants électroniques est intégralement dissipée vers l'extérieur sous forme de chaleur. Le silicium qui constitue les jonctions du composant ne doit pas dépasser une température T_j supérieur à 175 °C en moyenne. La température T_j du silicium d'un composant a une grande influence sur son taux de mortalité. Par exemple; le taux de pannes réduit de moitié lorsque T_j passe de 160 °C à 135 °C.

Considérons en figure 1, un transistor bipolaire NPN de puissance (boitier TO3) au point de fonctionnement en régime continu permanent.

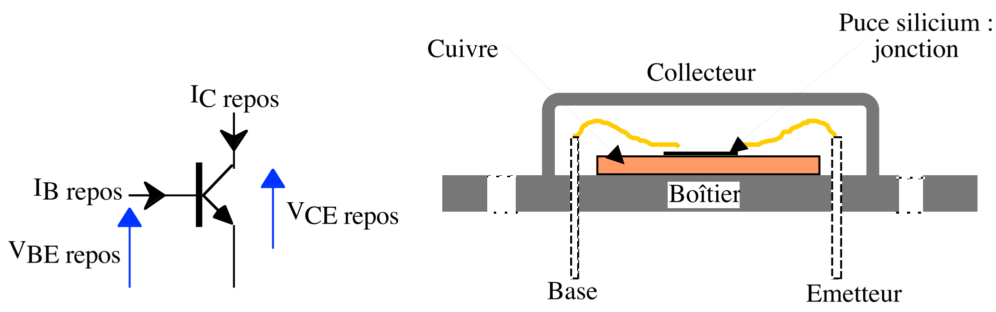


Figure 1

La puissance électrique P en Watt dissipée par le transistor est telle que :

$$P\ (W) = I_{C\ repos}.V_{CE\ repos} + I_{B\ repos}.V_{BE\ repos}$$

Cette puissance donne lieu à un flux de chaleur $\Phi = P\ (W)$ qui s'établit entre la jonction et le milieu ambiant via le boîtier du transistor. La température T_j de la puce de silicium doit être en tout cas inférieure à 175°C sous peine de destruction de la jonction. Le constructeur indique dans ces feuilles signalétiques la valeur de la résistance thermique entre la jonction et l'ambiante $Rth_{j\text{-}a}$. Dans certain cas, il donne aussi deux résistances thermiques : $Rth_{j\text{-}c}$ et $Rth_{b\text{-}a}$ qui représentent respectivement la résistance thermique entre jonction-boîtier (case) et boîtier-ambiante. Le schéma thermique (figure 2) du dispositif est le suivant.

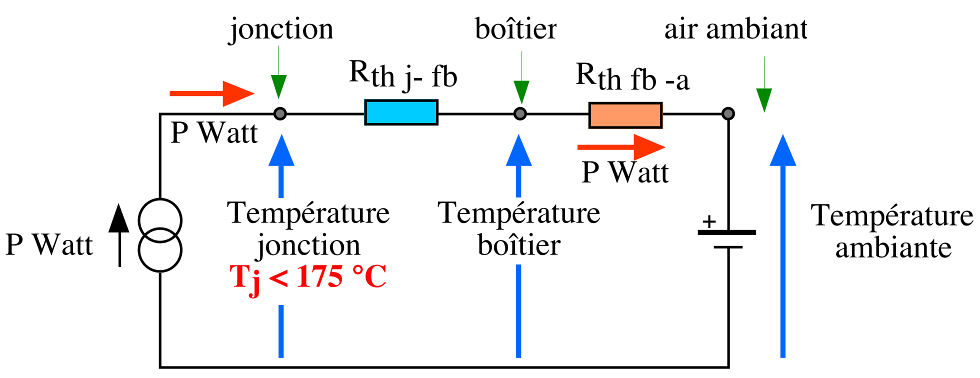


Figure 2 : schéma thermique du transistor sans radiateur

Le schéma de la figure 2 permet de calculer la température de la puce en silicium :

$$T_j = (Rth_{j\text{-}c} + Rth_{b\text{-}a}).P + T_a$$

qui doit être inférieure à 175°C. Dans le cas contraire, il est nécessaire de prévoir un radiateur associé au transistor (figure 3). Ce radiateur est défini par sa résistance thermique Rth_R. Dans certain cas, une rondelle de mica (Rth_{mica}) est disposée entre le fond de boîtier du transistor de puissance et la radiateur. Le mica est un bon isolant électrique tout en ayant une résistance thermique faible.

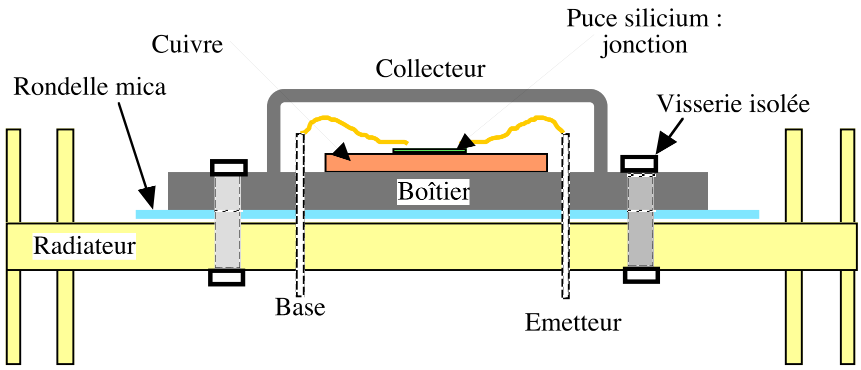


Figure 3

Le schéma thermique (figure 4) du dispositif avec radiateur est le suivant.

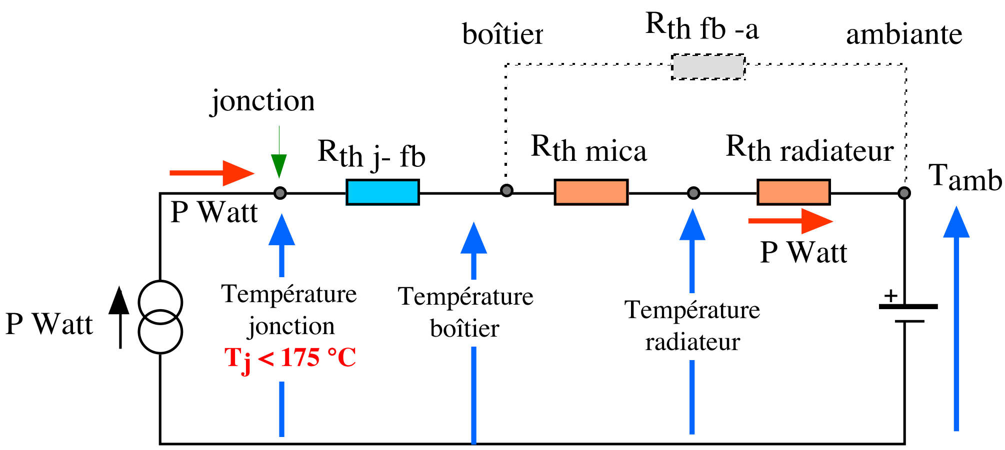


Figure 4

Sachant que la résistance thermique $Rth_{fb\text{-}a}$ est en général négligeable devant Rth_{mica} + $Rh_{radiateur}$, on peut écrire :

$$T_j = (Rth_{j\text{-}fb} + Rth_{mica} + Rth_{radiateur}).P + T_a$$

En s'imposant une température de la puce T_j convenable, on peut alors calculer la résistance thermique du radiateur et le choisir parmi le choix proposé par les fabriquants. Dans certain cas, on peut augmenter encore l'efficacité de l'évacuation de la chaleur en associant un ventilateur (phénommène de convection forcée) au dispositif.

Les fabricants indiquent dans leur catalogue la dissipation thermique maximale des transistors avec et sans radiateur associé. Par exemple, la figure 5 (graphe 1) montre que le transistor de moyenne puissance BSX 46 utilisé sans radiateur, pour une température ambiante de 75°C ne peut pas dissiper une puissance supérieure à 0.6 W. Par contre, ce transistor, polarisé sous une tension V_{CE} de 40 V et muni d'un radiateur de résistance thermique 35.7 °C/W, peut dissiper au mieux 3.6 W lorsque la température du boitier atteint 75 °C (graphe 2).

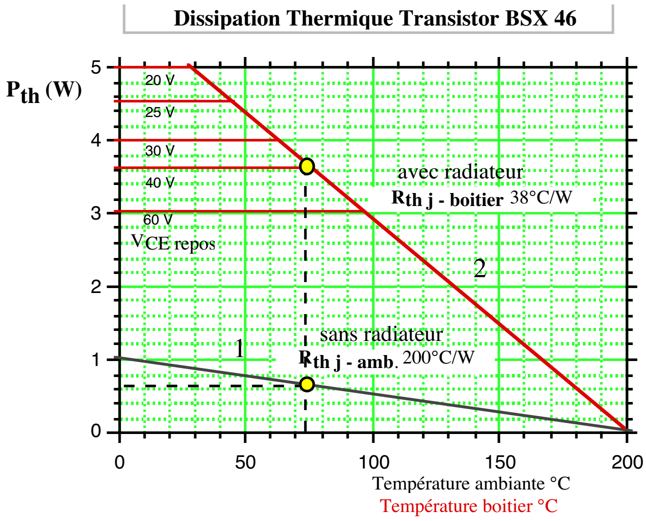


Figure 5

Remarque : dans le cas général d'un composant intégré (figure 6) dont les signaux d'entrée et de sortie évolue dans le temps, le calcul de la puissance dissipée s'éffectue à partir du calcul des puissances moyennes d'entrée et de sortie. Il en est de même pour les montages redresseur et certains amplificateurs à transistors fonctionnant en classe B ou C.

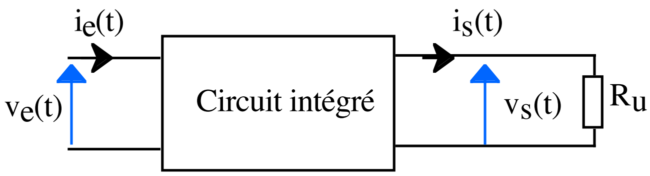
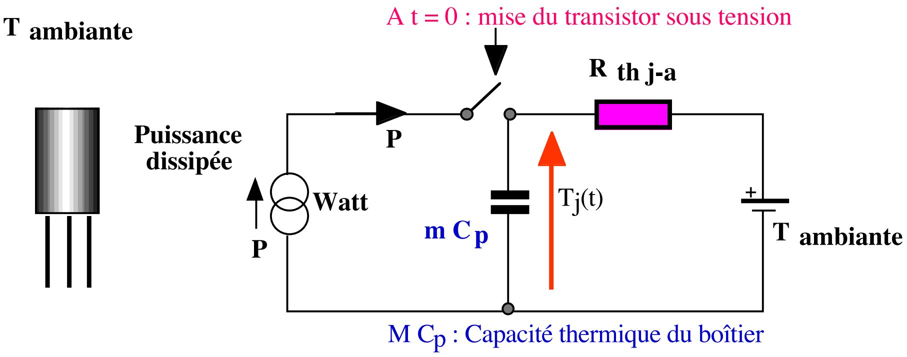


Figure 6

$$P(W) = P_{S\ moyen} - P_{e\ moyen} \qquad où : \quad P_{S\ moyen} = \frac{1}{T}\int_0^T v_s(t).i_s(t).dt \quad P_{e\ moyen} = \frac{1}{T}\int_0^T v_e(t).i_e(t).dt$$

ETUDE DU PHENOMENE TRANSITOIRE DE MISE EN TEMPERATURE DE LA PUCE

On considère un transistor sous boîtier de masse m, de chaleur massique C_p et de résistance thermique jonction-ambiante Rth_{j-a}. Le transistor n'étant pas alimenté, son boîtier est à la température ambiante T_a (c'est l'équilibre thermique). A l'instant t = 0s, on alimente le transistor qui va alors dissiper une puissance P(W). On se propose de déterminer l'évolution dans le temps de la températue $T_j(t)$ de la jonction.
Le schéma thermique du dispositif est le suivant où l'interrupteur se ferme à t = 0 s.



La puissance P dissipée par le transistor va entraîner un flux de chaleur de même valeur qui va mettre en température l'ensemble puce-boîtier (capacité thermique $m.C_p$). Ce dernier va aussi échanger de la chaleur avec l'ambiante par l'intermédiaire de la résistance thermique Rth_{j-a}. A l'instant t on peut donc écrire au nœud interrupteur fermé :

$$P(W) = mC_p \frac{dT_j(t)}{dt} + \frac{T_j(t) - T_a}{Rth_{j-a}} \quad (1)$$

La relation (1) est une équation différentielle du premier ordre dont on sépare les variables Tj (t) et temps t :

$$\frac{dt}{m.C_p.Rth_{j-a}} = \frac{dT_j(t)}{P.Rth_{j-a} - (T_j(t) - T_a)}$$

En introduisant la constante de temps $\tau = m.C_p.Rth_{j-a}$,, la solution est de la forme :

$$T_j(t) = A + B.exp(-\frac{t}{\tau}) \quad (2)$$

Les termes A et B sont des constantes.

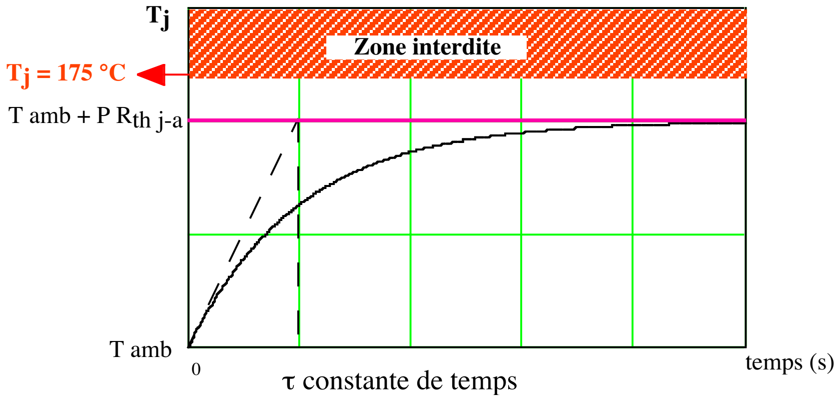
- A t = 0 s, Tj(0) = T_a = A+B.
- Pour t -> ∞ le régime permanent est atteint, le boitier est à la température :
  $Tj(\infty) = A = P.Rth_{j-a} + T_a$.
  En effet, le flux de chaleur qui circule dans la capacité thermique mC_p est alors nul car cette capacité est "chargée".

L'expression de la température $T_j(t)$ est finalement :

$$\boxed{T_j(t) = T_{j\infty} - (T_{j\infty} - T_{j\ initial})\, exp(-\frac{t}{\tau})}$$

avec : $T_{j\ initial} = T_a \qquad et \qquad T_{j\infty} = P.Rth_{j-a} + T_a$

On remarquera l'analogie avec la charge d'un condensateur C à travers une résistance R.
Le graphe de l'évolution de la température de la jonction du dispositif est donné ci-dessous. En régime permanent ; $T_j(\infty)$ ne doit en aucun cas dépasser 175°C.



ANNEXE AU PHENOMENE DE CONVECTION

Expression du coefficient d'échange convectif h dans le cas de plaques ou de tubes chauffants de température de surface T_s (°C) dans l'air ambiant à la température Ta (°C).

Plaque horizontale chauffante vers le haut	$h = 2,50(T_s - T_a)^{0,25}$
Plaque horizontale chauffante vers le bas	$h = 1,31.(T_s - T_a)^{0,25}$
Plaque verticale de plus de 0,3 m de haut	$h = 1,78.(T_s - T_a)^{0,25}$
Plaque verticale de hauteur H inférieur à 0,3 m de haut	$h = 1,36.(\frac{T_s - T_a}{H})^{0,25}$
Tube vertical de hauteur supérieure à 0,3 m, de diamètre extérieur d	$h = 1,31.(\frac{T_s - T_a}{d})^{0,25}$
Tube horizontal de diamètre extérieur d	$h = 1,31.(\frac{T_s - T_a}{d})^{0,25}$