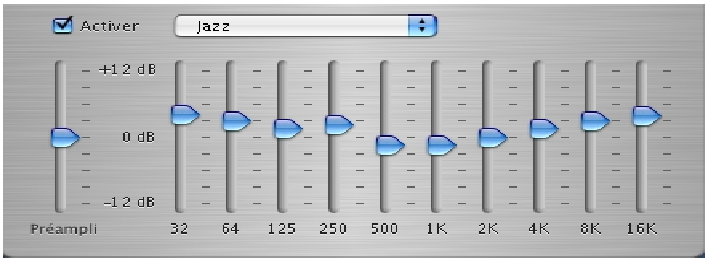
ETUDE D'UNE CELLULE "EQUALIZER" [1]

De nombreux appareils audio (auto-radios, baladeurs, amplis HI-FI) sont munis d'un étage de correction nommé « equalizer ». Celui-ci permet à l'utilisateur de contrôler sur un certain nombre d'octaves (ex : 32, 64, 125, 500 Hz... 16 KHz) la courbe de réponse du système audio afin de compenser certains défauts dûs aux haut-parleurs, à la salle d' écoute.
On se limitera ici à l'étude d'une cellule de correction située dans la bande des fréquences médium. Tous les montages proposés utilisent un amplificateur opérationnel idéal.



1° PARTIE : AMPLIFICATEUR A GAIN VARIABLE

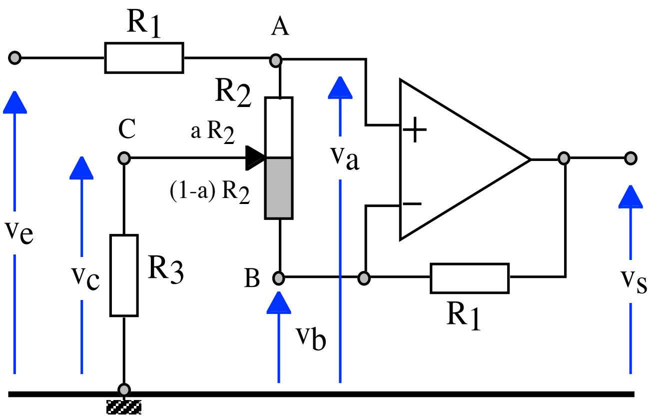


Figure 1

On utilise le montage représenté en figure 1 où R_2 est un potentiomètre tel que : $R_{AB} = R_2$, $R_{AC} = aR_2$ et $R_{BC} = (1\text{-}a)\,R_2$ avec $0 \le a \le 1$.

1.1) Montrer que $v_a = v_b = k\,v_c$ en écrivant l'équation au noeud C en utilisant les conductances :

$$G_A = \frac{1}{aR_2} \qquad G_B = \frac{1}{(1-a)\,R_2} \qquad G_3 = \frac{1}{R_3}$$

Exprimer le coefficient k en fonction de ces conductances.

---

[1] Ph.ROUX © 2009 http://rouxphi3.perso.cegetel.net

1.2) Déterminer l'expression du gain en tension $A = v_s / v_e$ en fonction de : k, G_A, G_B et G_1.

1.3) *Etant donné qu'en pratique, on utilise des résistances, il est nécessaire de calculer leur valeur.*

a) Donner l'expression de k et de (k - 1) en fonction de a, R_2 et R_3.

b) En déduire l'expression du gain A en fonction de a, R_1, R_2 et R_3. Montrer que cette expression peut se mettre sous la forme : $A = \dfrac{R_3 + aR_1 + (1-a)R_2}{R_3 + (1-a)R_1 + aR_2}$

1.4) *On choisit un potentiomètre R_2 = 20 KΩ.* Déterminer le gain en tension A pour les positions extrêmes et milieu de R_2.

1.5) *On fixe R_3 = 470 Ω et l'on désire que la variation du gain A du montage par rapport à la position milieu du potentiomètre soit de ±18 dB.* Calculer la valeur normalisée de la résistance R_1.

1.6) Calculer le gain A en dB lorsque le coefficient a varie de 0 à 1 avec un pas de 0,1.

- Tracer le graphe A (dB) = f (a).
- Un potentiomètre à variation linéaire convient-il à ce montage ?

Pour favoriser ou d'atténuer un intervalle de fréquences autour d'une fréquence f_0, la résistance R_3 du montage précédent est remplacée (figure 2) par un circuit oscillant série L R C accordé sur f_0.

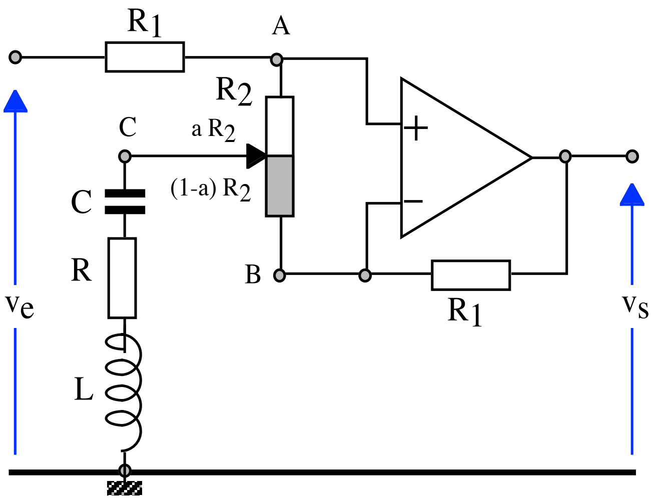


Figure 2

2.1) Donner l'expression de l'impédance Z de ce circuit en fonction de son coefficient de qualité Q de la résistance R et de la fréquence réduite : $x = f / f_0$.

2.2) *On donne f_0 = 2 KHz et C = 0,1 µF.* Calculer la valeur à donner à la self-inductance L et à la résistance R pour qu'à la fréquence f_0, la variation de gain soit identique à celle donnée en question 1.5.

2.3) En utilisant les résultats de la question 1.4, donner l'expression du gain A pour les positions extrêmes du potentiomètre R_2 en fonction de R_1, R, Q et x.

2.4) Déterminer le gain A du montage en déciBels en fonction de la fréquence réduite $x = f/f_0$, pour les positions extrêmes du potentiomètre. Les courbes de réponse correspondantes sont données en fin de texte. Vérifier par quelques applications numériques.

3° PARTIE : REALISATION DE LA SELF-INDUCTANCE

Le montage « equalizer » fait intervenir une self L de valeur trop élevée pour utiliser un bobinage habituel. Pour gagner de la place, on réalise donc la simulation de cette self à l'aide d'un montage à amplificateur opérationnel idéal donné en figure 3.

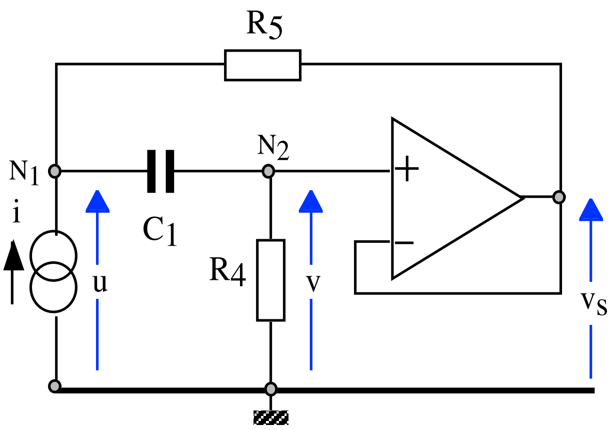


Figure 3

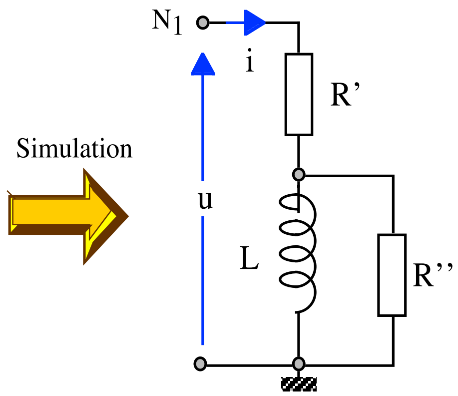


Figure 4

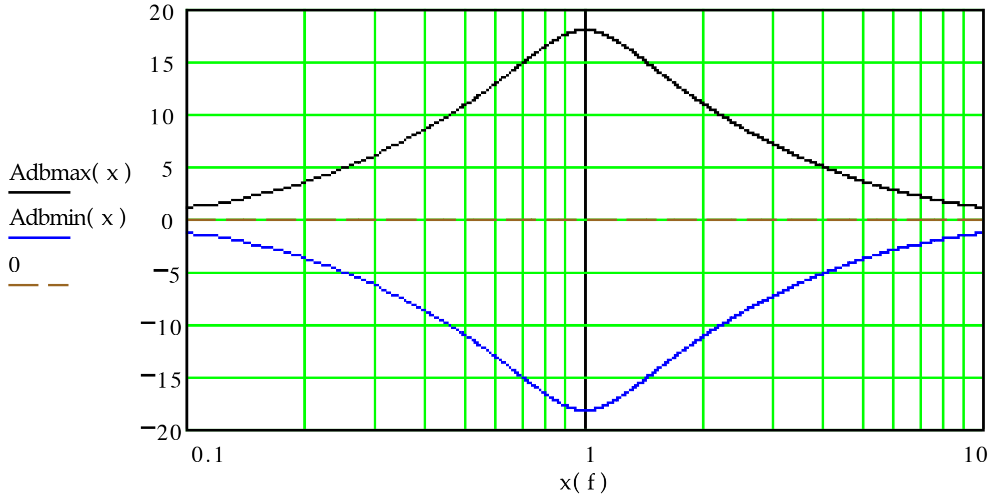
3.1) Déterminer l'impédance d'entrée $Z_e = u / i$ du montage de la figure 3. Donner son expression en faisant intervenir R_5 et les constantes de temps : $\tau_1 = R_4\ C_1$ *et* $\tau_2 = R_5\ C_1$

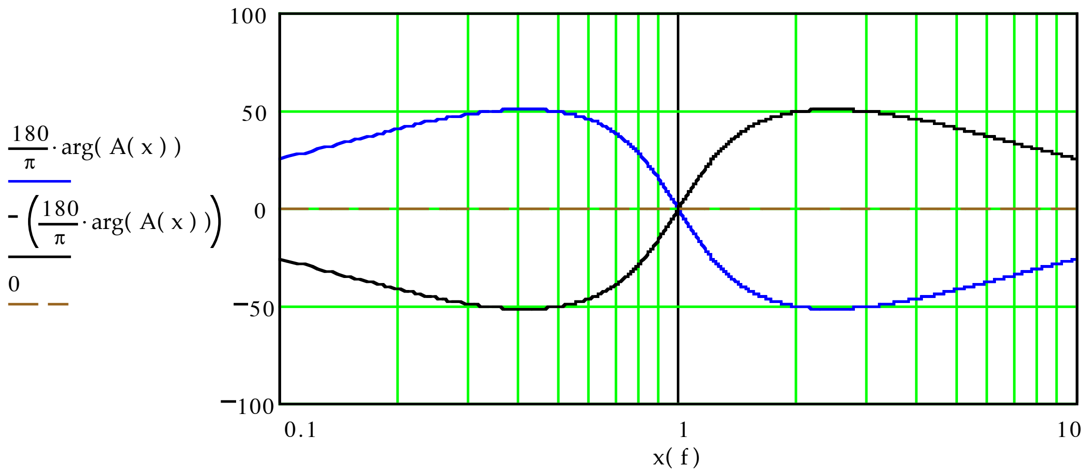
3.2) Déterminer l'impédance Z'_e du montage représenté en figure 4 et la mettre sous une forme semblable à celle de Z_e précédente.

3.3) Par identification terme à terme des expressions de Z_e et Z'_e, déterminer R', R'' et L en fonction de C_1, R_4 et R_5.

3.4) *On choisit $R_4 = 68\ K\Omega$*, déterminer la valeur à donner à R_5 et C_1 pour réaliser la cellule proposée *en supposant que l'image R''_s de R'' ramenée en série avec L estnégligeable devant la résistance R'.*

3.5) Vérifier l'hypothèse utilisée dans la question précédente.

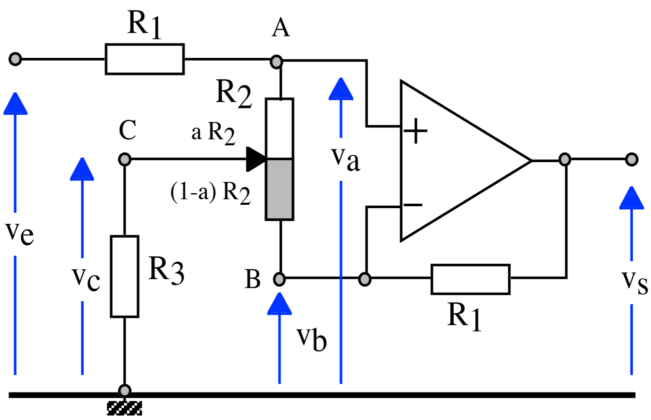




Graphes du module du gain en tension exprimé en dB
et de son argument en fonction de la fréquence réduite x.

CORRECTION

1° PARTIE : AMPLIFICATEUR A GAIN VARIABLE



1.1) Montrer que $v_a = v_b = k\ v_c$ en écrivant l'équation au noeud C. L'amplificateur est parfait, utilisé en mode linéaire : $v_a = v_b$.

Equation au Nœud C : $(v_a - v_c)G_A + (v_a - v_c)G_B - v_c G_3 = 0$

Avec v_a identique à v_b il vient :

$$\boxed{v_a = v_c \frac{G_A + G_B + G_3}{G_A + G_B} = kv_c}$$

1.2) Pour obtenir l'expression du gain en tension, on écrit les équations aux nœuds A et B en utilisant : $v_a = v_b = k.v_c$. On en tire alors deux expressions de la tension v_c.

Nœud A : $(v_e - v_a)G_1 + (v_c - v_a)G_A = 0$ $\quad$ $(v_e - kv_c)G_1 + (v_c - kv_c)G_A = 0$

$$\boxed{v_c = v_e \frac{G_1}{(k-1)G_A + kG_1}}$$

Nœud B : $(v_s - v_b)G_1 + (v_c - v_b)G_B = 0$ $\quad$ $(v_s - kv_c)G_1 + (v_c - kv_c)G_B = 0$

$$\boxed{v_c = v_s \frac{G_1}{(k-1)G_B + kG_1}}$$

On obtient alors le gain en tension : $$\boxed{A = \frac{v_s}{v_e} = \frac{(k-1)G_B + kG_1}{(k-1)G_A + kG_1}}$$

1.3) a) Expression de k et de (k - 1) en fonction de a, R_2 et R_3.

$$\boxed{k = \frac{R_3 + aR_2(1-a)}{R_3}} \qquad \boxed{k - 1 = \frac{aR_2(1-a)}{R_3}}$$

b) Expression du gain A(a) en fonction de a, R_1, R_2 et R_3.

$$\boxed{A_{(a)} = \frac{R_3 + aR_1 + (1-a)R_2}{R_3 + (1-a)R_1 + aR_2}}$$

1.4) Gain en tension A pour les positions extrêmes et milieu de R_2.

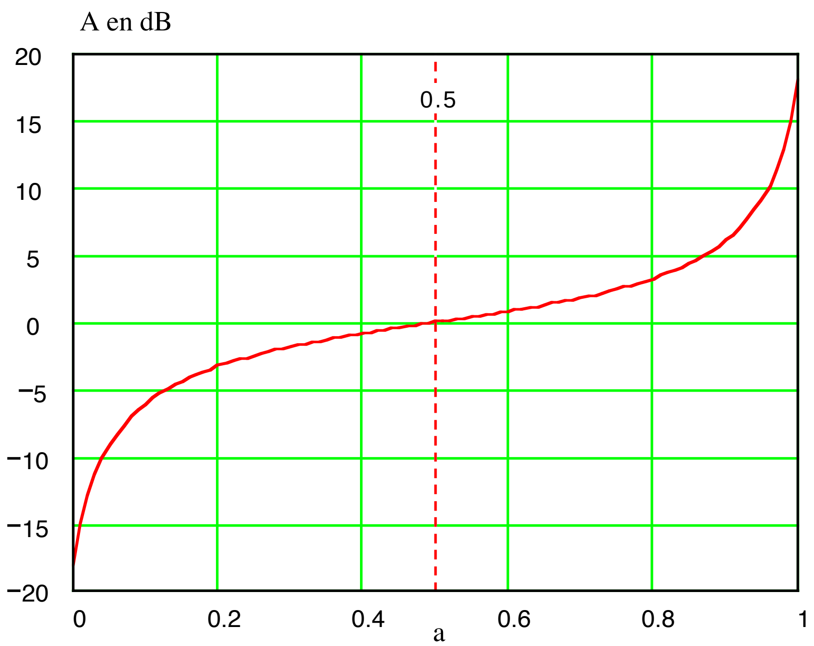
- Potentiomètre en position a = 1 : $A_1 = \frac{R_1 + R_3}{R_3}$. Le montage est amplificateur de tension.
- Potentiomètre en position a = 0 : $A_0 = \frac{R_3}{R_1 + R_3} = \frac{1}{A_1}$. Le montage est atténuateur de tension.
- Potentiomètre en position a = 0.5 : $A_{0,5} = 1$. Le montage est suiveur de tension.

1.5) $R_4 = 470\Omega$. On doit satisfaire la relation : $A_1^{dB} = 20\log(\frac{R_1 + R_3}{R_3}) = 18dB$, soit $R_1 = 3{,}3k\Omega$.

1.6) Gain en tension en dB en fonction du coefficient a :

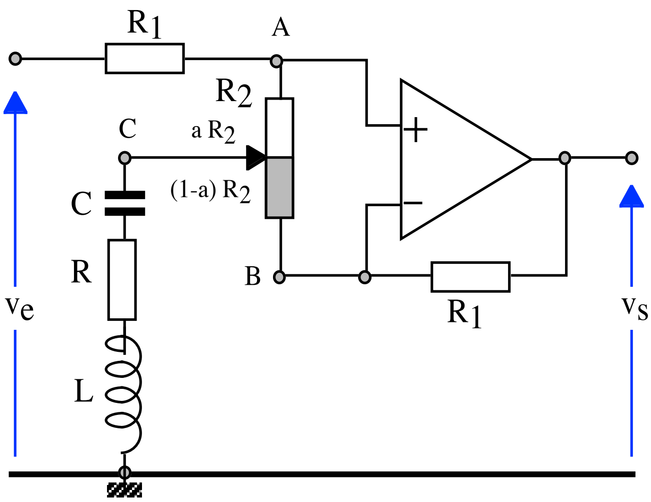
$$\boxed{A_{(a)}^{dB} = 20\log(\frac{R_3 + aR_1 + (1-a)R_2}{R_3 + (1-a)R_1 + aR_2})}$$

Le graphe de $A_{(a)}^{dB}$ est donné ci-dessous.



Le graphe montre que l'effet de a n'est sensible que dans les zones : $0 < a < 0{,}2$ et $0{,}8 < a < 1$. Un potentiomètre à variation linéaire ne convient pas au montage. On doit choisir un modèle doté d'une piste spéciale dite « en S » de manière à obtenir un graphe linéaire.

2° PARTIE : ETUDE DE LA CELLULE " EQUALIZER "



2.1) Expression de l'impédance Z du circuit en fonction de son coefficient de qualité Q , R et de la fréquence réduite : $x = f / f_0$..

Le circuit RLC série est caractérisé par sa pulsation de résonance $\boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$ et son coefficient de qualité : $\boxed{Q = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{RC\omega_0}}$.

Impédance du circuit : $\overline{Z} = R + j(L\omega - \frac{1}{\omega C})$

$\overline{Z} = R(1 + j(\frac{L\omega_0\omega}{R\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega RC\omega_0}))$ soit en fonction de la fréquence réduite : $x = \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{f}{f_0}$

$$\boxed{\overline{Z} = R(1 + jQ(x - \frac{1}{x}))}$$

2.2) Pour assurer une fréquence de résonance de 2 kHz, on doit choisir L = 63,33 mH qui est une valeur importante. Pour x = 0, Le gain en tension à la résonance doit être de 18 dB, ce qui entraîne alors : R = 470Ω (coefficient de qualité du circuit RLC : Q = 1,69).

2.3) Expression du gain $A_{(a)}$ pour les positions extrêmes du potentiomètre R_2 en fonction de R_1, R, Q et x. Potentiomètre en position a =1 :

$$A_1 = \frac{R_1 + \overline{Z}}{\overline{Z}} = \frac{(R_1 + R) + jQR(x - \frac{1}{x})}{R + jQR(x - \frac{1}{x})}$$

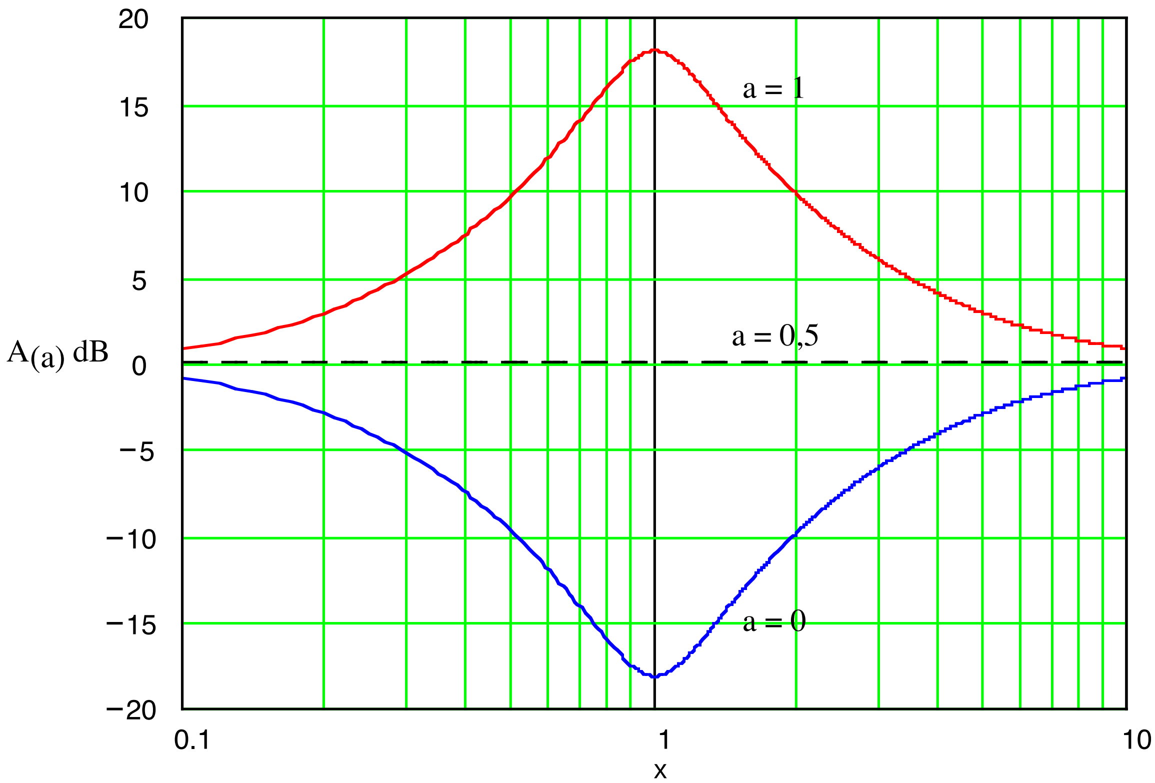
Potentiomètre en position a = 0 : $A_0 = \frac{1}{A_1}$

2.4) Recherchons le gain A_1 en dB :

$$A_1^{dB} = 10\log((R_1+R)^2 + Q^2R^2(x-\frac{1}{x})^2) - 10\log(R^2 + Q^2R^2(x-\frac{1}{x})^2)$$

Tableau des résultats

x	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1	2	3	4	5	6	8
A_1 (dB)	0.88	2.89	5.2	7.52	9.78	12	14.2	16.1	17.6	18	9.84	5.9	4	2.87	2.17	1.31



Courbes de réponse en fréquences réduites pour a = 1, 0.5 et 0.

Remarque : Sachant que : $A_0 = \frac{1}{A_1}$, le graphe de $A_{(0)}$ en dB est obtenu par symétrie par rapport à l'axe des x , du graphe $A_{(0)}$ en dB

3° PARTIE : REALISATION DE LA SELF-INDUCTANCE

3.1) Impédance d'entrée $Z_e = u / i$ du montage.

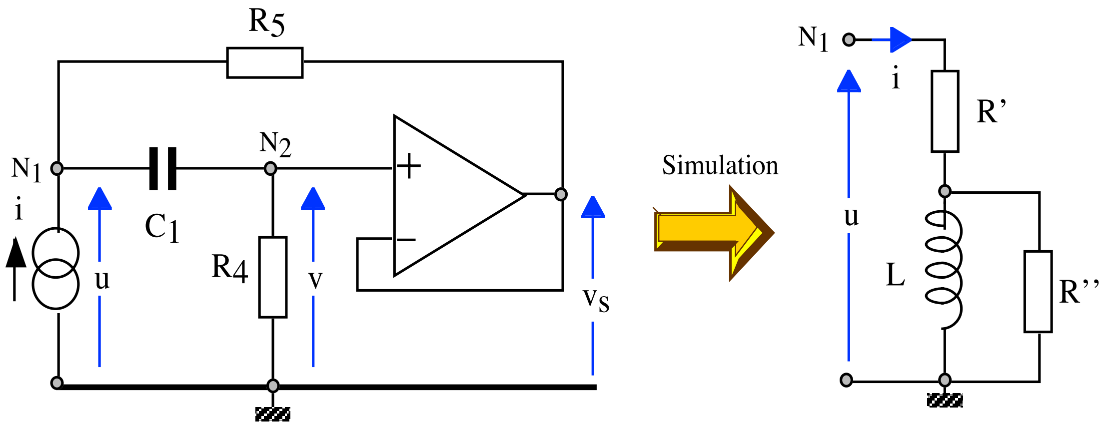
L'amplificateur est monté en suiveur de tension de telle manière que : $v = v_s$.

Equation au nœud N_1 : $i + \dfrac{v-u}{R_5} - \dfrac{u}{R_4 + \dfrac{1}{j\omega C_1}} = 0 \qquad i + \dfrac{v-u}{R_5} - \dfrac{j\omega C_1 u}{1 + j\omega C_1 R_4} = 0$

Exprimons la tension v : $v = u\dfrac{R_4}{R_4 + \dfrac{1}{j\omega C_1}} = \dfrac{j\omega R_4 C_1}{1 + j\omega R_4 C_1}$

Introduisons les constantes de temps : $v = u\dfrac{j\omega\tau_1}{1 + j\omega\tau_1}$

En reportant dans l'équation au nœud N_1 il vient : $\boxed{\overline{Z_e} = \dfrac{u}{i} = \dfrac{R_5 + j\omega R_5\tau_1}{1 + j\omega\tau_2}}$



3.2) Impédance du circuit : $\overline{Z'_e} = R' + \dfrac{j\omega L R''}{j\omega L + R''}$

La mise en forme de cette équation pour effectuer une comparaison conduit à :

$$\boxed{\overline{Z'_e} = \dfrac{R' + j\omega\dfrac{L}{R''}(R' + R'')}{1 + j\omega\dfrac{L}{R''}}}$$

3.3) On identifie termes à termes les deux relations :

$$\overline{Z_e} = \frac{u}{i} = \frac{R_5 + j\omega R_5\tau_1}{1 + j\omega\tau_2} \qquad \text{et} \qquad \overline{Z'_e} = \frac{R' + j\omega\dfrac{L}{R''}(R' + R'')}{1 + j\omega\dfrac{L}{R''}}$$

On obtient alors :

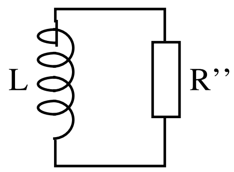
- $R' = R_5$
- $R'' = R_4 - R_5$
- $L = R_5C_1(R_4 - R_5)$

3.4) Application numérique : $R' = R_5$

Si l'image série de R'' avec L, est bien inférieure à R', cette dernière joue le rôle de R_3 de la figure 1 (gain max (ou min) de $\pm 18dB$). On a alors : $R' = R_5 = 470\Omega$.

Pour simuler une self-inductance L de 63,33 mH on doit choisir $C_1 = 2$ nF.

3.4) La résistance R’’ représente l’imperfection de la self L.



Admittance : $Y = \frac{1}{R''} + \frac{1}{j\omega L} = \frac{1}{j\omega L}(1 + \frac{j\omega L}{R''})$

On défini alors le coefficient de qualité : $Q_p = \frac{R''}{\omega L}$ soit 85.5 à la fréquence f_0 de 2kHz. L’image série de R’’ est telle que : $R''_s = \frac{R''}{Q_p^2}$. La résistance R''_s = 9,3 Ω est négligeable devant R’ = 470Ω.

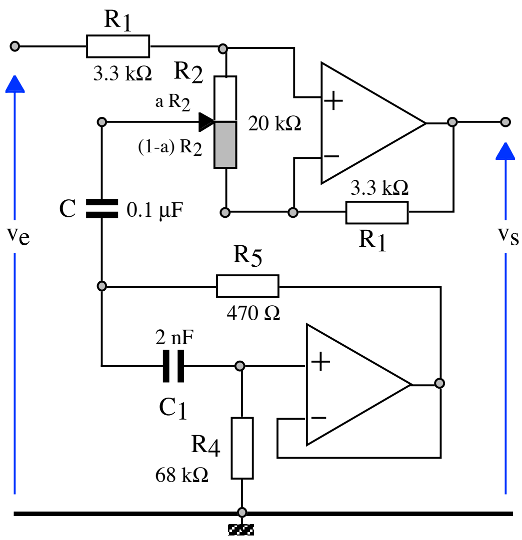


Schéma du montage complet