

FILTRE PASSE-BANDE INTEGRE POUR BASSES FREQUENCES ACCORDABLE ELECTRIQUEMENT

L'objet du problème est d'analyser d'abord le principe du filtre, puis certaines « briques » qui le constitue.

A – ETUDE DU PRINCIPE

On constitue un intégrateur (circuit passe-bas du 1^{er} ordre) suivant le schéma de la figure 1. Le premier triangle représente un amplificateur à transconductance (O.T.A.) à entrées symétriques B_1 et B_2 , de transconductance g_t .

On rappelle que ce type d'amplificateur délivre un courant : $i_o = -g_t v_e$

Le deuxième triangle est un amplificateur classique (A.O.P.) de gain en tension très élevé, monté en intégrateur de Miller du fait de la présence du condensateur C_0 .

- On attaque le montage avec une différence de potentiel $v_e = v_{B1} - v_{B2}$ branchée entre les entrées de l'O.T.A., dans lequel B_1 est l'entrée inverseuse et B_2 l'entrée non inverseuse. Les deux amplificateurs sont idéaux :
 - Résistances d'entrées infinies et résistance de sortie infinie pour l'O.T.A.
 - Résistances d'entrées infinies et résistance de sortie nulle pour l'A.O.P.

Ecrire la relation qui existe entre les tensions v_s et v_e en courants quelconques (relation différentielle) et donner, en courants sinusoïdaux (notation complexe), le rapport v_s/v_e . Donner alors l'expression de la constante de temps θ du circuit.

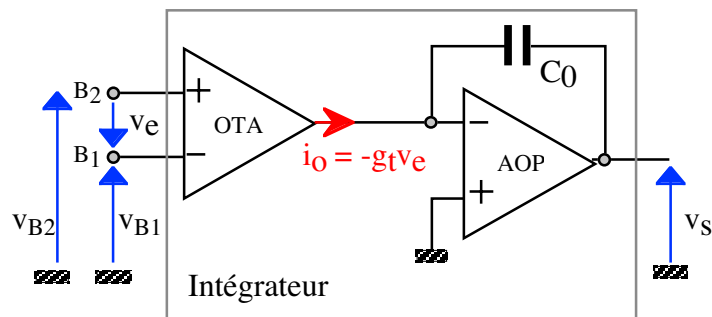


Figure 1

- L'intégrateur ci-dessus est associé à un deuxième intégrateur identique, suivant le montage de la figure 2. Regarder avec attention le sens de branchement des entrées B_1 et B_2 . Ecrire en régime sinusoïdal (notation complexe) et en appliquant la relation trouvée au 1^o, les trois relations qui existent entre les diverses tensions, v_1 , v_2 , v_3 et v_4 , puis calculer le rapport v_3/v_1 en fonction de R_1 , R_2 et θ .

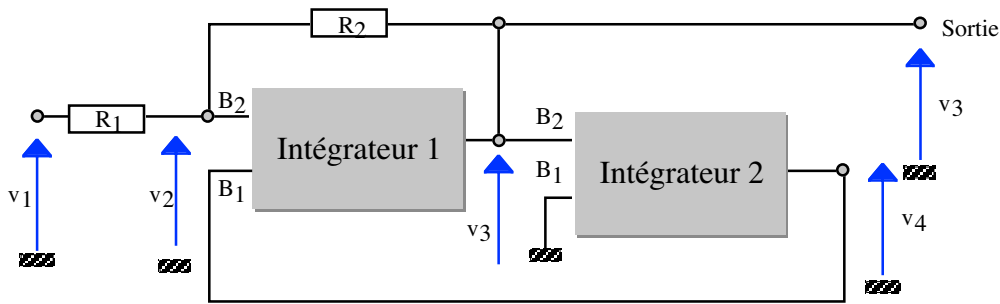


Figure 2

- Mettre l'expression de v_3/v_1 sous une forme telle que son dénominateur ait la forme de l'impédance Z d'un circuit oscillant R L C « série ». En identifiant, écrire alors, en fonction de R_1 , R_2 et θ , les expressions de l'inductance L , de la capacité C , de la fréquence de résonance f_0 du circuit oscillant équivalent et de son coefficient de qualité Q .

B – REALISATION DE L'ETAGE D'ENTREE DE L'O.T.A.

L'étage d'entrée de l'O.T.A. est donné en figure 3. Les courants I_1 et I_2 sont les courants de collecteur de deux transistors identiques T_1 et T_2 . Les deux générateurs de courant $I_0/2$ sont idéaux. V_e est la différence de potentiel appliquée entre les bases B_1 et B_2 .

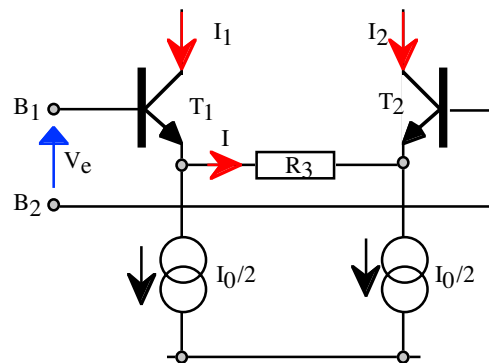


Figure 3

- Au repos ($V_e = 0$), on a évidemment : $I_1 = I_2 = \frac{I_0}{2}$ (les courants de base sont négligeables) et $I = 0$. Montrer que lorsque I_1 et I_2 varient du fait de V_e , on a toujours : $I_1 + I_2 = I_0$.
- Montrer qualitativement que la différence de potentiel V_e se retrouve approximativement aux bornes de R_3 .
- Les transistors étant considérés comme des générateurs de courant idéaux (transconductance g_m , résistance d'entrée r_{be}), dessiner le schéma équivalent aux petites variations.
- Ecrire les deux équations aux nœuds et l'équation de la maille qui régissent le fonctionnement du montage, puis, en éliminant les inconnues auxiliaires, chercher en fonction de R_3 , g_m et r_{be} , la transconductance du montage définie par : $g_0 = \frac{i_1 - i_2}{v_e}$.
- Définir les conditions pratiques pour que la transconductance g_0 soit très voisine de $2/R_3$.

6. En supposant que ce montage soit utilisé dans le filtre comme OTA, donc g_t s'identifiant à g_0 , déterminer les valeurs extrêmes à donner à R_3 pour que l'accord du circuit puisse se faire entre 20 et 20kHz, sachant que la capacité C_0 intégrée, est au maximum de 500 pF.

C – AMPLIFICATEUR DE GILBERT

Pour rendre la transconductance de l'O.T.A. à la fois réglable et assez forte, on emploie le montage de la figure 4 qui est un amplificateur de courant (imaginé par B. Gilbert).

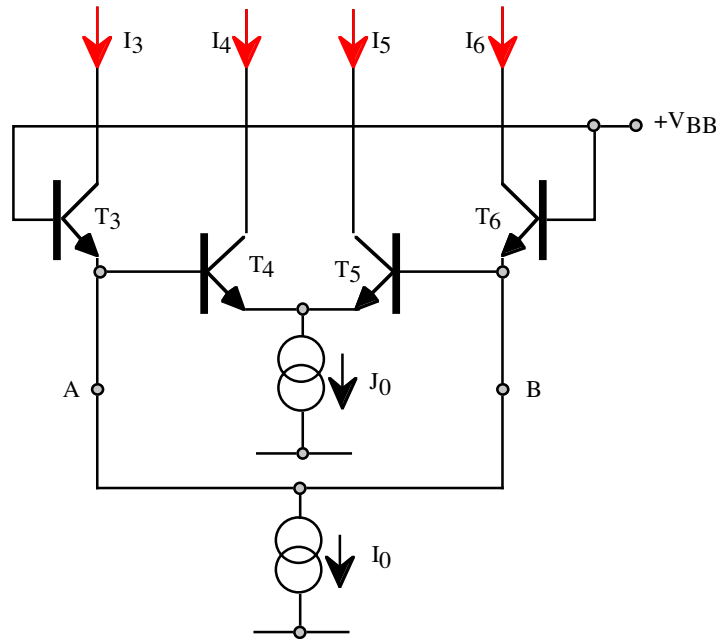


Figure 4

1. Les quatre transistors étant identiques et à la même température, les courants de base étant négligeables devant les courants de collecteur, écrire l'équation de la maille contenant les quatre tensions V_{BE} en fonction de I_{SBC} , U_T , I_3 , I_4 , I_5 , I_6 .
On rappelle que : $I_C = I_{SBC} \exp\left(\frac{V_{BE}}{U_T}\right)$ où I_{SBC} est le courant inverse de saturation de la jonction base collecteur.
2. En déduire la relation simple liant I_3 , I_4 , I_5 et I_6 .
3. A partir de la relation précédente, calculer la valeur des gains en courant I_5/I_3 et I_4/I_6 en fonction de I_0 et J_0 .
4. On reprend alors l'étage d'entrée de la figure 3 et on l'intercale aux points A et B de l'amplificateur de Gilbert de la figure 4, ce qui donne la figure 5. Calculer alors la transconductance g_t de cet ensemble, définie par : $g_t = \frac{i_4 - i_5}{v_e}$.

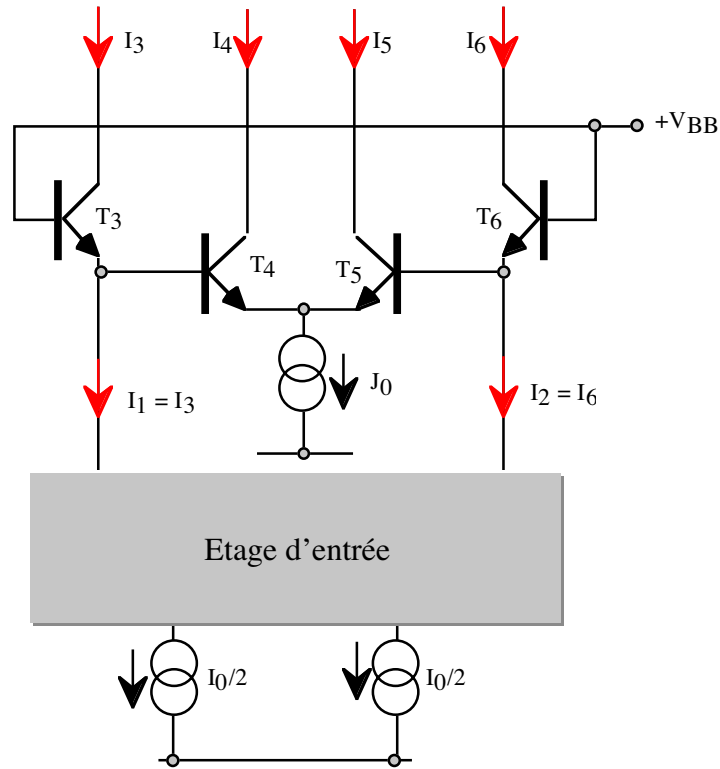


Figure 5

5. La figure 6 représente l'étage de sortie de l'O.T.A., où les collecteurs des transistors T_4 et T_5 de l'amplificateur de Gilbert, sont chargés par un miroir de courant formé par T_7 , T_8 . Donner l'expression de i_o/v_e , v_e étant toujours la variation de V_e , tension d'entrée de l'O.T.A.

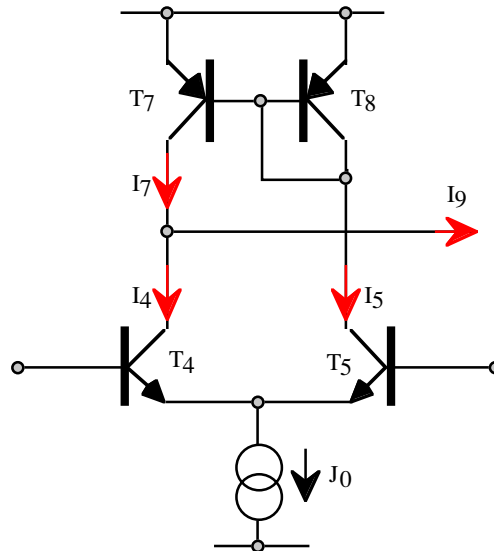


Figure 6

CORRECTION

A – ETUDE DU PRINCIPE

1. Le courant de sortie de l'OTA est tel que : $i_o = -g_t v_e$

Sur l'entrée – de L'AOP : $i_o + C_0 \frac{dv_s}{dt} = 0$ soit : $v_s = \frac{g_t}{C_0} \int v_e dt + K$

En régime sinusoïdal :

$$\frac{v_s}{v_e} = \frac{g_t}{j\omega C_0} = \frac{1}{j\omega\theta}$$

Constante de temps : $\theta = \frac{C_0}{g_t}$ qui dépend de la transconductance g_t de l'OTA.

2. Sachant que la tension v_3 est appliquée sur l'entrée B₂ de l'OTA, le deuxième intégrateur

réalise la fonction : $v_4 = -\frac{v_3}{j\omega\theta}$ (1)

Equation au nœud B₂ du premier intégrateur : $\frac{v_1 - v_2}{R_1} + \frac{v_3 - v_2}{R_2} = 0$ (2)

Le premier intégrateur réalise la fonction : $v_3 = \frac{v_4 - v_2}{j\omega\theta}$ (3)

Les relations (1) et (3) conduisent à : $v_3(j\omega\theta + \frac{1}{j\omega\theta}) = -v_2$

Soit en reportant dans la relation (2) :

$$\frac{v_3}{v_1} = -\frac{R_2}{R_1 + (R_1 + R_2)j\omega\theta + \frac{R_1 + R_2}{j\omega\theta}}$$

3. Considérons un circuit RLC série. Son impédance s'écrit : $\underline{Z} = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$. La comparaison avec le dénominateur de la relation précédente donne alors :

- $L = (R_1 + R_2)\theta$
- $C = \frac{\theta}{R_1 + R_2}$
- fréquence de résonance : $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\theta}$
- Coefficient de qualité : $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{R_1 + R_2}{R_1}$

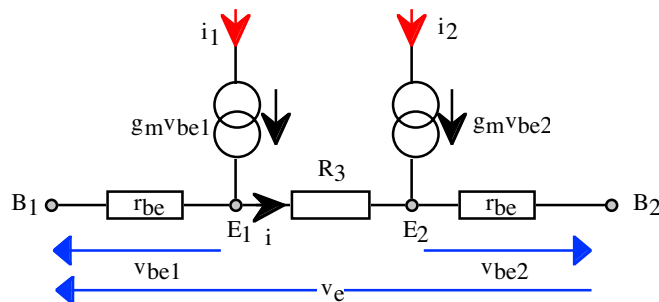
On rappelle que : $\theta = \frac{C_0}{g_t}$ ce qui rend la fréquence de résonance ajustable par l'intermédiaire de la transconductance de l'OTA alors que le coefficient de qualité Q est constant.

B – REALISATION DE L'ETAGE D'ENTREE DE L'O.T.A.

1. Sur l'émetteur de T_1 et T_2 : $I_1 = \frac{I_0}{2} + I$ et $I_2 = \frac{I_0}{2} - I$ soit en faisant la somme : $I_1 + I_2 = I_0$

2. En effet : T_1 et T_2 sont montés en « émetteur suiveur ». Les variations de la tension sur la base se retrouve au niveau de l'émetteur.

3. Schéma aux variations :



4. Recherche de la transconductance du montage.

- Nœud E_1 : $\frac{v_{be1}}{r_{be}} + i_1 - i = 0$ (1)
- Nœud E_2 : $\frac{v_{be2}}{r_{be}} + i_2 + i = 0$ (2)
- $v_e = v_{be1} + R_3 i - v_{be2}$ (3)

$$(1)-(2) \text{ donne : } \frac{v_{be1} - v_{be2}}{r_{be}} + i_1 - i_2 - 2i = 0$$

$$(3) \rightarrow i = \frac{v_e - (v_{be1} - v_{be2})}{R_3} \quad \text{avec : } v_{be1} = \frac{i_1}{g_m} \text{ et } v_{be2} = \frac{i_2}{g_m}$$

$$\frac{i_1 - i_2}{g_m r_{be}} + i_1 - i_2 - \frac{2v_e}{R_3} + \frac{2(i_1 - i_2)}{g_m R_3} = 0$$

$$g_o = \frac{i_1 - i_2}{v_e} = \frac{2}{R_3} \frac{1}{1 + \frac{1}{g_m r_{be}} + \frac{2}{g_m R_3}}$$

5. Conditions pratiques pour avoir : $g_o = \frac{i_1 - i_2}{v_e} \approx \frac{2}{R_3}$

$(g_m \cdot r_{be})$ représente le gain en courant β des transistors aussi $1/\beta$ est toujours négligeable devant 1. Il faut cependant aussi satisfaire à la relation : $g_m \cdot R_3 > 200$.

6. On assimile g_t à g_o , soit : $g_o = \frac{2}{R_3} = \frac{C_0}{\theta} = 2\pi f_0 C_0$

$$R_3 = \frac{1}{\pi f_0 C_0}$$

$$C_0 = 500 \text{ pF}$$

$$f_0 = 20 \text{ Hz} \rightarrow R_3 = 32 \text{ M}\Omega$$

$$f_0 = 20 \text{ kHz} \rightarrow R_3 = 32 \text{ k}\Omega$$

Dans le cas le plus défavorable, soit $R_3 = 32 \text{ k}\Omega$, il faut que $g_m > 6,25 \text{ mS}$ pour satisfaire à $g_o = \frac{i_1 - i_2}{v_e} \approx \frac{2}{R_3}$. Soit à 25°C un courant de repos de collecteur $I_C > 156 \mu\text{A}$, facilement réalisable ($g_m = I_C/U_T$).

C – AMPLIFICATEUR DE GILBERT

1. Relation entre les tensions V_{BE} des transistors : $V_{BE3} + V_{BE4} - V_{BE5} - V_{BE6} = 0$

Exprimons la tension V_{BE} : $V_{BE} = U_T \ln\left(\frac{I_C}{I_{SBC}}\right)$

Il vient alors : $\ln\left(\frac{I_3}{I_{SBC}}\right) + \ln\left(\frac{I_4}{I_{SBC}}\right) - \ln\left(\frac{I_5}{I_{SBC}}\right) - \ln\left(\frac{I_6}{I_{SBC}}\right) = 0$

2. La relation précédente conduit à : $\ln\left(\frac{I_3 I_4}{I_{SBC}^2}\right) = \ln\left(\frac{I_5 I_6}{I_{SBC}^2}\right)$ soit : $I_3 I_4 = I_5 I_6$

3.

$$\frac{I_5}{I_3} = \frac{I_4}{I_6} = \frac{I_5 + I_4}{I_3 + I_6} = \frac{J_0}{I_0}$$

4. $I_5 = \frac{J_0}{I_0} I_3$ soit aux variations : $i_5 = \frac{J_0}{I_0} i_3$

$I_4 = \frac{J_0}{I_0} I_6$ soit aux variations : $i_4 = \frac{J_0}{I_0} i_6$

$g_t = \frac{i_4 - i_5}{v_e} = \frac{J_0}{I_0} \frac{i_6 - i_5}{v_e} = \frac{J_0}{I_0} \frac{i_2 - i_1}{v_e}$

or $g_t = g_o = \frac{2v_e}{R_3}$

$$g_t = -\frac{J_0}{I_0} \frac{2}{R_3}$$

La transconductance est augmentée du facteur k à condition que les générateurs de courant soient tels que : $J_0 > k I_0$

5. T_7 et T_8 forment un miroir de courant soit : $I_7 = I_5$.

$I_9 = I_7 - I_4$ entraîne $I_9 = I_5 - I_4$ soit aux variations : $i_9 = i_5 - i_4$

$\frac{i_9}{v_e} = \frac{i_5 - i_4}{v_e} = g_t = \frac{J_0}{I_0} \frac{2}{R_3}$

$$\frac{i_9}{v_e} = \frac{J_0}{I_0} \frac{2}{R_3}$$