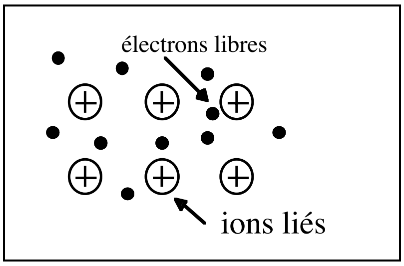
MOBILITE DES ELECTRONS DANS UN METAL : LOI D'OHM

PRESENTATION DU PHENOMENE DE MOBILITE DES ELECTRONS DANS UN METAL

La figure ci-contre représente un schéma à deux dimensions de la répartition des charges dans un métal. Les régions circulaires représentent les charges positives nettes des noyaux et les électrons intérieurs fortement liés. Les points noirs sont les électrons libres qui n'appartiennent à aucun atome particulier, ils errent librement d'atome en atome dans le métal. On peut donc imaginer qu'un métal est une région contenant un réseau tridimensionnel périodique d'ions fortement liés infiltré par un essaim d'électrons qui peuvent se déplacer tout à fait librement.
Ce schéma est appelé la description *gaz électronique d'un métal*.



Selon la théorie du gaz électronique d'un métal, les électrons se déplacent sans cesse, la direction de leur trajectoire change à chaque choc avec les ions lourds presque stationnaires. La distance moyenne entre deux chocs est appelée *libre parcours moyen*. Ce mouvement étant aléatoire, le nombre net d'électrons traversant une surface unité du métal durant un temps donné est en moyenne nulle. Donc la densité de courant moyenne est nulle.

Analysons maintenant le changement de situation lorsqu'on applique un champ électrique au métal.
La force électrostatique ($q\vec{E}$) accélère le déplacement des électrons et la vitesse augmenterait indéfiniment en fonction du temps si les électrons ne heurtaient pas les ions. Par suite du choc des électrons contre les ions positifs du métal, il y a une résistance au déplacement analogue à ce qui se passe dans le mouvement d'une particule dans un milieu visqueux. Les électrons vont donc se déplacer avec une vitesse limite $\vec{v}$,uniforme, proportionnelle à la force agissante donc au champ électrique $\vec{E}$. On a :

$$\boxed{\vec{v} = -\mu\vec{E}}$$

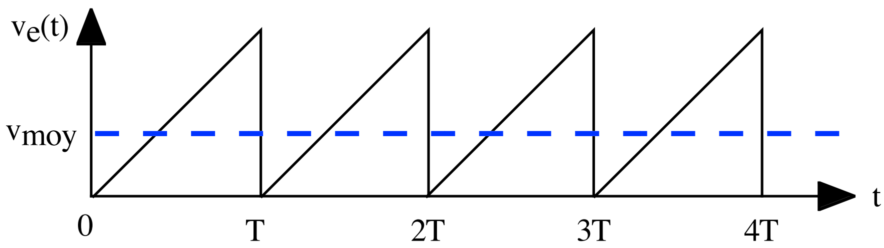
La constante de proportionnalité μ ($cm^2\ V^{-1}\ s^{-1}$) est appelée **mobilité** de l'électron.

Pour illustrer la notion de mobilité, on considère un électron particulier ayant au départ une vitesse initiale nulle. Cet électron va se déplacer en sens inverse du champ électrique E sous l'action d'une force : $\vec{f} = q\vec{E}$. En appliquant le principe fondamental de la dynamique à l'électron de masse effective m_e, on obtient :

$$qE = m_e \frac{dv_e(t)}{dt} \qquad \text{soit : } v_e(t) = \frac{qE}{m_e} t$$

La vitesse $v_e(t)$ de l'électron est proportionnelle au temps.

Imaginons que cet électron entre en collision avec un atome au bout d'un temps T, avec comme conséquence, la perte de son énergie cinétique (qui est convertie en chaleur dans le réseau cristallin du métal). On suppose maintenant que les mêmes phénomènes se reproduisent systématiquement. La vitesse v(t) de l'électron est alors donnée par le graphe suivant.



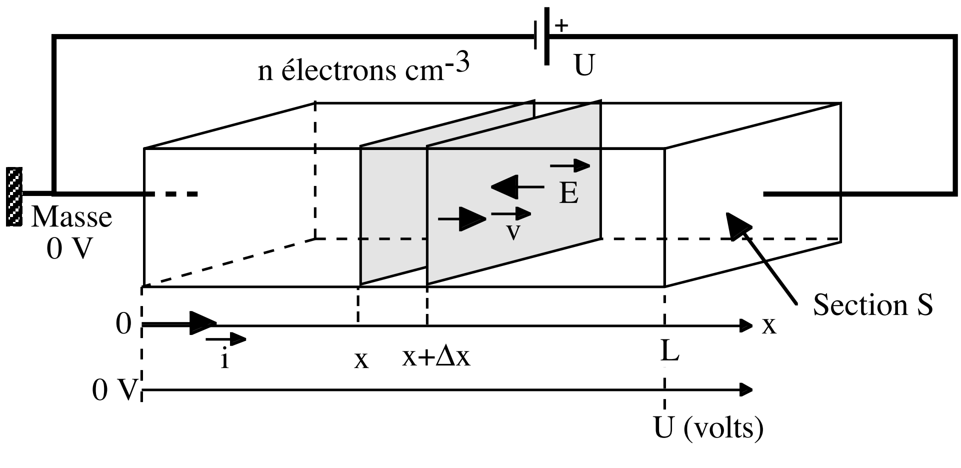
L'électron est caractérisé par une vitesse moyenne telle que :

$$v_{moy} = \frac{1}{T}\int_0^T v_e(t)\ dt \quad \Rightarrow \quad v_{moy} = \frac{q\ T}{2\ m_e} E$$

On constate que la vitesse moyenne de cet électron est proportionnelle au champ électrique. Le coefficient de proportionnalité qui est une caractéristique importante du comportement de l'ensemble des électrons libres dans le métal représente la mobilité de l'ensemble des électrons libres du métal.

EXERCICE 1 : LOI D'OHM

On considère une bande métallique homogène de longueur L et de section S comportant une densité volumique de n électrons libres par cm^3. On applique une différence de potentiel U entre les deux faces de la barre.



1) Dessiner le graphe de la répartition du potentiel V (x) dans la barre métallique.

2) Donner l'expression du vecteur champ électrique E : module et direction. En déduire le vecteur force qui s'exerce sur un électron libre entre deux chocs.

On place en x un observateur qui durant un temps Δt compte le passage de N électrons animés d'une vitesse v. Durant le temps Δt, ces N électrons vont parcourir une distance $\Delta x = v\ \Delta t$.

3) Déterminer en x, l'expression de la densité de courant J (A.cm^{-2}) consécutive au passage des N électrons et ceci en fonction de la charge élémentaire q, N, Δt et S.
Exprimer ensuite la densité de courant J en fonction de la densité volumique n des électrons libres, q et la vitesse v.

4) En tenant compte maintenant de la mobilité µ ($cm^2\ V^{-1}\ s^{-1}$) des électrons libres, montrer que la densité de courant est proportionnelle au champ électrique E : $J = \sigma E$ où σ $(\Omega.cm)^{-1}$ représente la conductivité du matériau.

5) Montrer que la barre obéit à la loi d'Ohm : $R = \rho \frac{L}{S}$ où ρ (Ω. cm) représente la résistivité du matériau.

EXERCICE 2 : DETERMINATION D'UNE MOBILITE

Sachant que l'aluminium (Al) possède :

- *Trois électrons de valence*
- *Une masse atomique* de 26,98 g.mole* $^{-1}$
- *Une masse volumique de 2,7 g.cm*$^{-3}$
- *Une résistivité de 2,65 µ Ω.cm*

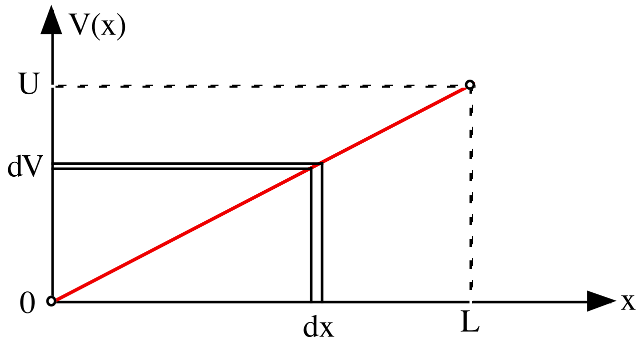
Calculer la mobilité µ des électrons dans l'aluminium

**une mole représente 6,02 10* ^{23} *atomes .*

CORRECTION

EXERCICE 1

1. Le milieu étant homogène, le potentiel V (x) a une répartition linéaire.



2. Le vecteur champ électrique $\vec{E}$ descend les potentiels. Module : $\|\vec{E}\| = \frac{dV}{dx} = \frac{U}{L}$

   Vecteur force qui s'exerce sur un électron libre entre deux chocs : $\vec{f} = q\vec{E}$ $\|\vec{f}\| = \frac{qV}{L}$

3. Les N électrons comptés par l'observateur et qui se déplacent de gauche à droite correspondent à une charge électrique totale : ΔQ = q.N. A cette charge est associé un courant électrique (Coulomb/s) : $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{qN}{\Delta t}$.

   On en déduit une densité de courant : $J = \frac{\Delta Q}{S\Delta t} = \frac{qN}{S\Delta t}$

   Connaissant la vitesse v des électrons, on exprime : $\Delta t = \frac{\Delta x}{v}$ que l'on remplace dans l'expression de la densité de courant : $J = \frac{qN}{S\Delta x} v = q\frac{N}{volume} v$

   Soit en introduisant la densité volumique n : $J = q.n.v$

4. Sachant que : v = µ E, on obtient : $J = (q.n.\mu)E$ définissant la conductivité du matériau : $\sigma = q.n.\mu$ $(\Omega.cm)^{-1}$.

5. A partir des relations : $J = (q.n.\mu)E$ et du champ électrique : $E = \frac{U}{L}$, on obtient la loi d'Ohm habituelle : $V = \frac{1}{\sigma}\frac{L}{S}I = RI$ avec : $R = \frac{1}{\sigma}\frac{L}{S} = \rho\frac{L}{S}$

EXERCICE 2

La recherche de la mobilité μ des électrons libres de l'aluminium se fera à partir de la relation :

$$\rho = \frac{1}{qn\mu}.$$

Il faut alors chercher le nombre n d'atomes d'aluminium qui occupent 1 cm^3. On exploite pour cela les informations : masse atomique et masse volumique :

- Masse pour 1 cm3 : 2,7 g.
- Masse pour 6,02 10^{23} atomes : 26,98 g.

On compte donc N = 6.10^{22} atomes d'aluminium dans 1 cm^3.

Chaque atome d'aluminium libère 3 électrons libres. On dispose donc de n = 18.10^{22} électrons libres par cm^3.
La mobilité des électrons dans l'aluminium est donc : μ = 13,1 $cm^2V^{-1}s^{-1}$.

Remarque : cette mobilité est 100 fois plus faible que celle des électrons dans le silicium. Par contre on dénombre 18. 10^{22} électrons dans l'aluminium contre 10^{16} à 10^{20} pour le silicium.