

# 1 CONDUCTANCE D'UN BARREAU DE SILICIUM P NON HOMOGENE

On considère à  $T = 300 \text{ K}$ , un barreau de silicium de type P dopé au bore uniquement dont les dimensions sont données en figure 1. On se propose de déterminer la conductance  $G=1/R$  du dispositif entre les faces séparées par la distance  $L$ .

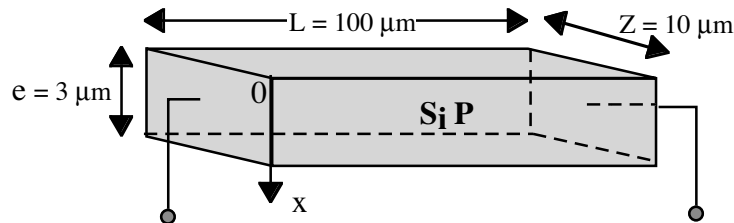


Figure 1 : barreau de silicium dopé au bore

Le silicium P possède une répartition d'atomes accepteurs  $N_a(x)$  non homogène (figure 2). En effet, suivant l'axe  $ox$ , la concentration  $N_a(x)$  des atomes de bore varie de  $10^{18} \text{ atomes.cm}^{-3}$  à la surface du dispositif ( $x = 0$ ) à  $10^{16} \text{ atomes.cm}^{-3}$  pour  $x = e$  avec une loi telle que :

$$N_a(x) = N_s \exp\left(-\frac{x^2}{L_p^2}\right) \quad (1)$$

Où  $L_p$  représente la longueur de diffusion des atomes de bore dans le silicium et  $N_s$  la concentration en surface ( $x = 0$ ) des atomes de bore soit  $10^{18} \text{ atomes.cm}^{-3}$ .

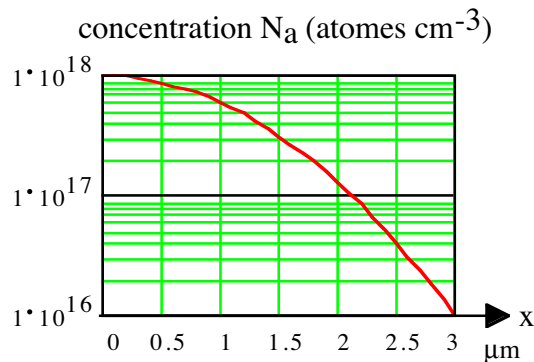
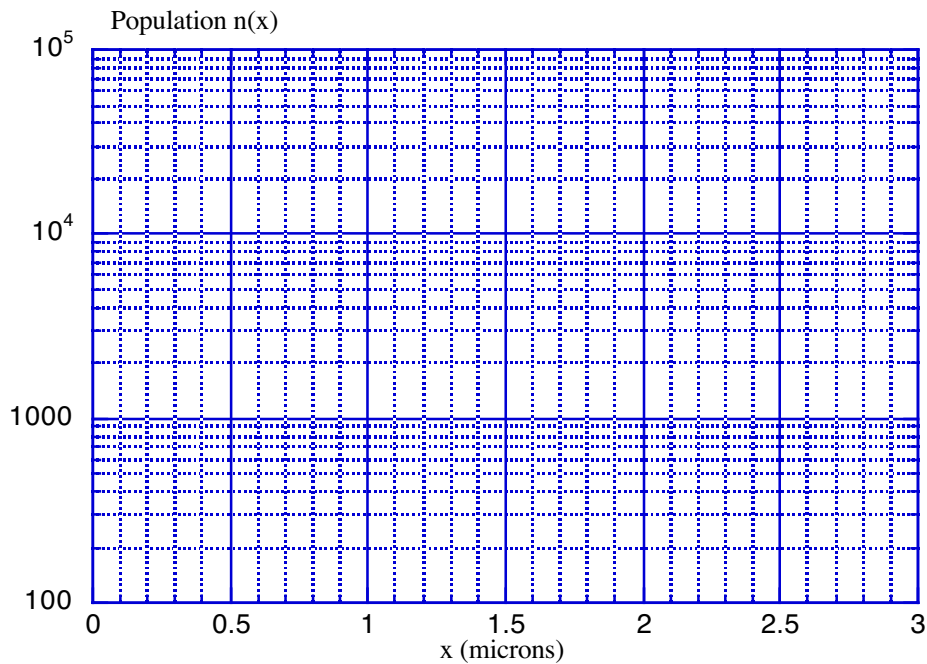


Figure 2 : Profil de concentration des atomes de bore selon l'axe  $ox$

- Déterminer, en utilisant le graphe de la figure 2, la valeur de la longueur de diffusion  $L_p$  (en micron) des atomes de bore dans le silicium.
- Rechercher l'expression de l'évolution suivant l'axe  $ox$  de la population  $p(x)$  des trous libres et des électrons libres  $n(x)$  dans le barreau de silicium P. On donne :  $n_i = 1.45 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ . Tracer le graphe de  $n(x)$ . Que peut-on dire de la population des électrons vis-à-vis de la population des trous ?



Sachant que la concentration  $N_a$  des atomes accepteurs, varie en fonction de la distance  $x$ , la mobilité des trous évolue selon le graphe donné en figure 3 pour  $10^{16} < N_a < 10^{18}$  .cm<sup>-3</sup>.

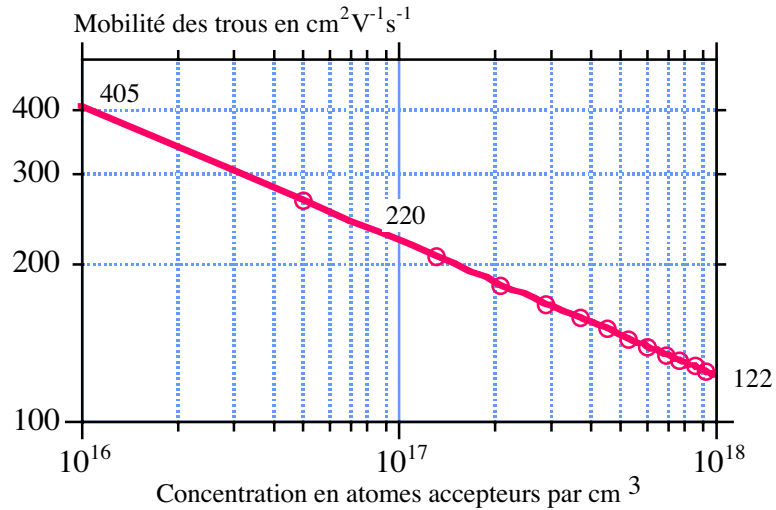


Figure 3

La mobilité des trous est telle que :

$$\boxed{\mu_p = a (N_a)^{-b}} \quad (2)$$

3. En exploitant le graphe de la figure 3, déterminer la valeur des coefficients  $a$  et  $b$  de l'équation (2). Remarque : on peut écrire l'équation (2) selon :  $\log(\mu_p) = -b \log(N_a) + \log a$

Pour calculer la conductance  $G$  du barreau, on va considérer en  $x$  (figure 4), un élément d'épaisseur  $dx$  suffisamment faible pour que l'on puisse considérer alors  $N_a$  comme constant dans l'intervalle  $dx$ .

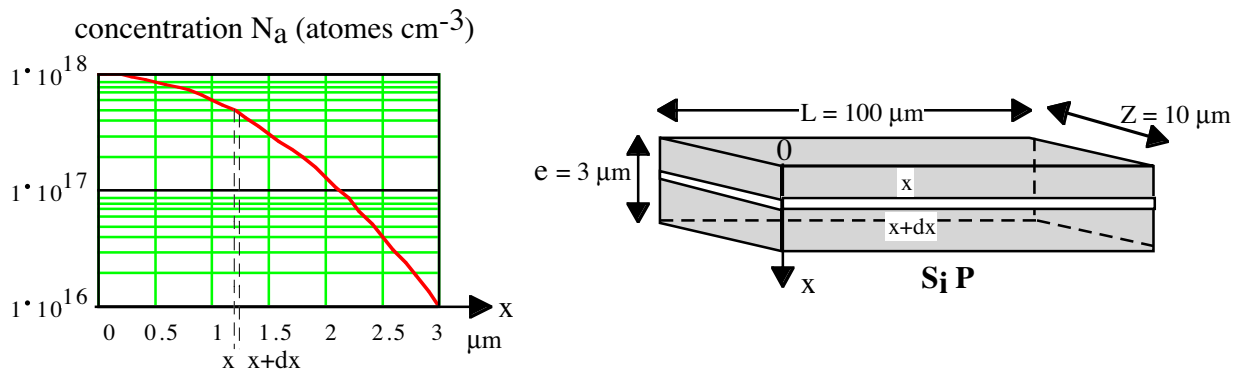


Figure 4

4. Ecrire en justifiant, l'expression de la conductance élémentaire  $dG$  pour une tranche  $dx$  du barreau, en fonction de :  $q$  la charge élémentaire,  $a$ ,  $b$ ,  $N_s$ ,  $x$ ,  $L_p$ ,  $Z$ ,  $L$ .
5. En déduire l'expression de l'intégrale exprimant la conductance  $G$  du barreau.  
*Cette intégrale n'a pas de solution littérale. On est donc contraint de faire son calcul numérique qui donne le résultat suivant :  $G = 2,79 \cdot 10^{-4} \text{ S}$  soit :  $R = 3,57 \text{ K}\Omega$ .*
6. Déduire du résultat précédent, la résistivité moyenne  $\rho_{\text{moyen}}$  du barreau de silicium en utilisant la formule habituelle.

*Afin d'effectuer un calcul littéral simple de la conductance, on propose une méthode approchée qui consiste à diviser l'épaisseur  $e$  en trois parties égales d'épaisseur  $1 \mu\text{m}$  (figure 5) :*

- *Partie 1 :  $0 \leq x \leq 1 \mu\text{m}$   $N_a = 8 \cdot 10^{17} \text{ atomes} \cdot \text{cm}^{-3}$*
- *Partie 2 :  $1 \leq x \leq 2 \mu\text{m}$   $N_a = 3 \cdot 10^{17} \text{ atomes} \cdot \text{cm}^{-3}$*
- *Partie 3 :  $2 \leq x \leq 3 \mu\text{m}$   $N_a = 4 \cdot 10^{16} \text{ atomes} \cdot \text{cm}^{-3}$*

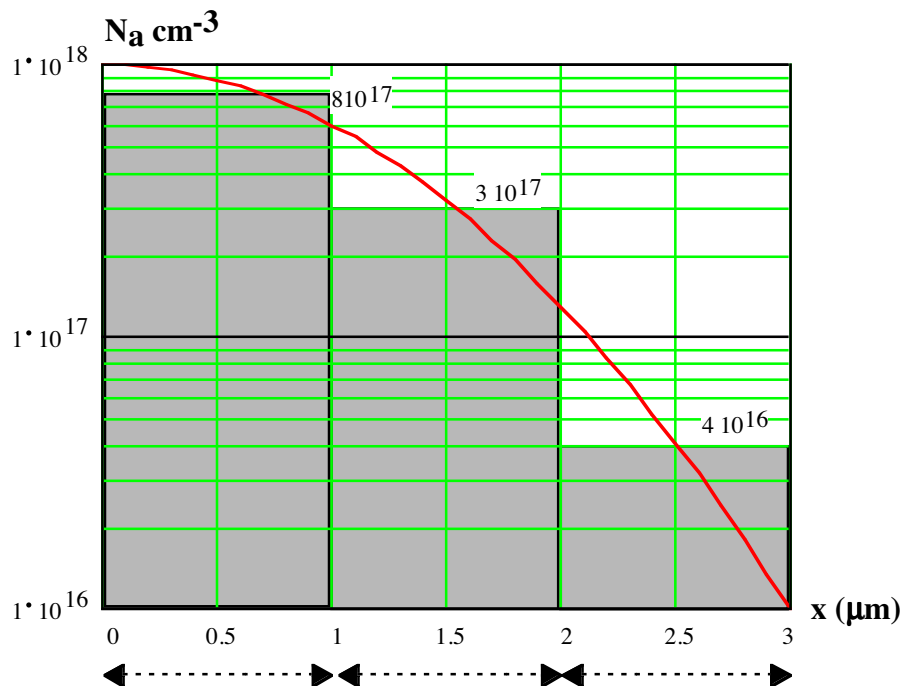


Figure 5

7. Calculer la conductance des trois bandes de silicium. A cet effet, on a intérêt à calculer la valeur de la mobilité des trous en utilisant l'équation (2) ou la mesurer sur le graphe de la figure 3 pour ceux qui n'ont pas pu déterminer la valeur des coefficients a et b. On dressera le tableau suivant :
8. Dédire du tableau précédent, la valeur de la conductance G du barreau puis sa résistance R. Calculer l'erreur relative avec laquelle on a déterminé la résistance R du barreau compte tenu du résultat de la question 5.

## CORRECTION

1. La relation (1) donne :  $N_a(e) = N_s \exp\left(-\frac{e^2}{L_p^2}\right)$  soit :  $L_p = \frac{e}{\sqrt{\ln\left(\frac{N_s}{N_a(e)}\right)}}$

Avec :  $e = 3 \mu\text{m}$  et  $N_a(e) = 10^{16} \text{ atomes.cm}^{-3}$  :  $L_p = 1,4 \mu\text{m}$ .

2. La population des trous  $p(x)$  est identique à celle des atomes accepteurs :  $p(x) = N_s \exp\left(-\frac{x^2}{L_p^2}\right)$ .

La population des électrons libres est donnée par la loi d'action de masse :

$$n(x) = \frac{n_i^2}{p(x)} = \frac{n_i^2}{N_s \exp\left(-\frac{x^2}{L_p^2}\right)}$$

|                        |     |     |     |      |      |                 |
|------------------------|-----|-----|-----|------|------|-----------------|
| x ( $\mu\text{m}$ )    | 0   | 1   | 1,5 | 2    | 2,5  | 3               |
| N (x) $\text{cm}^{-3}$ | 210 | 350 | 662 | 1618 | 5100 | $20 \cdot 10^3$ |

Les électrons sont minoritaires, leur population est négligeable devant celle des trous.

3. Pour déterminer les coefficients a et b, on prend deux points du graphe de la figure 3.

$$\log(405) = -b \log(10^{16}) + \log a$$

$$\log(122) = -b \log(10^{18}) + \log a$$

Solution :  $b = 0,26$  et  $a = 5,95 \cdot 10^6$ .

4. Considérons une tranche de longueur L et de section  $dS = Z \cdot dx$ . La conductance dG associée est telle que :

$$dG = \sigma \frac{dS}{L} \quad \text{avec la conductivité essentiellement due aux trous : } \sigma \approx q \cdot p(x) \mu_p(x)$$

$$p(x) = N_a(x) \text{ et } \mu_p = a (N_a)^{-b}$$

$$dG = q \frac{aZ}{L} \left[ N_s \exp\left(-\frac{x^2}{L_p^2}\right) \right]^{1-b} dx$$

5. Conductance G du barreau :  $G = q \frac{aZ}{L} N_s^{1-b} \int_0^L \left[ \exp\left(-\frac{x^2}{L_p^2}\right) \right]^{1-b} dx$

6. Conductivité moyenne :  $\rho_{moy} = \frac{RS}{L} = 0,107 \Omega \cdot \text{cm}$

7. Conductance de chaque bande considérée.

|   |                     |                      |                    |
|---|---------------------|----------------------|--------------------|
| $N_a$ (atomes $\text{cm}^{-3}$ )                      | $8 \cdot 10^{17}$   | $3 \cdot 10^{17}$    | $4 \cdot 10^{16}$  |
| $\mu_p$ ( $\text{cm}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$ ) | 129                 | 167                  | 282                |
| G (S)   | $165 \cdot 10^{-6}$ | $80,2 \cdot 10^{-6}$ | $18 \cdot 10^{-6}$ |

8. Les bandes sont en parallèle :  $G_{\text{total}} = G_1 + G_2 + G_3 = 263,3 \cdot 10^{-6} \text{ S}$ .  
 Soit une résistance  $R = 3,8 \text{ k}\Omega$ .

$$\frac{\Delta R}{R} = 6,4\%$$