[1]BASE DE TEMPS DE TELEVISEUR CONVENTIONNEL

But : faire circuler dans les bobines du tube image un courant évoluant en "dents de scie" comme indiqué en figure 1. Dans la zone d'action du vecteur induction $\vec{B}(i)$*, l'électron est soumis à une force* $\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$ *et décrit localement une portion de cercle. Sa trajectoire est alors modifiée et son impact sur l'écran correspond à une déviation du spot.*

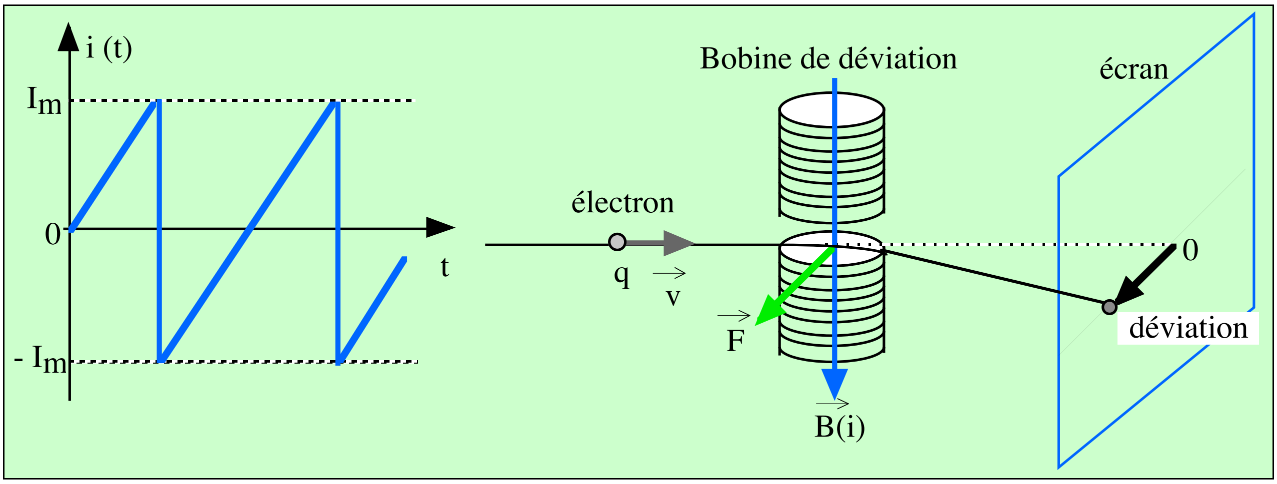


Figure 1

On considère le montage de la figure 2 où E = 100 V, C = 0,1 µF et L = 0,1 H. La self-inductance L représente la bobine de déviation des électrons, toutes les résistances sont négligeables.

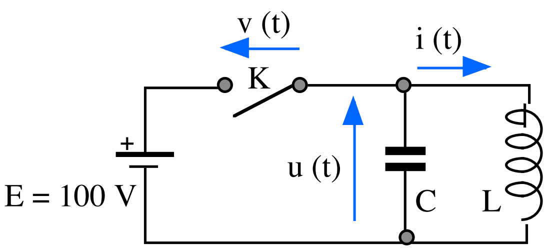


Figure 2

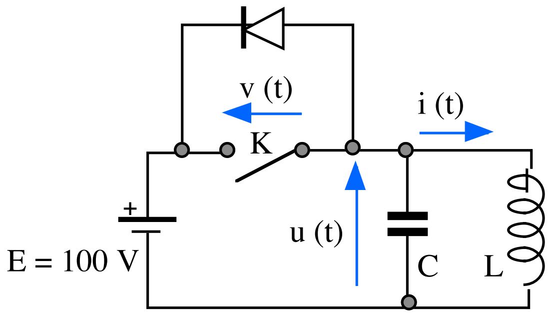


Figure 3

A l'instant t = 0, on ferme l'interrupteur K.

1) Etudier et représenter en fonction du temps comment varient :

a) La tension u (t) aux bornes du condensateur.

b) Le courant i (t) qui circule dans la self-inductance.

c) Calculer l'instant t_1 tel que : $i(t_1) = 1$ A.
Quelles sont alors les énergies E_C et E_L emmagasinées dans le condensateur et dans la self-inductance?

A l'instant t_1, on ouvre l'interrupteur.

2) Montrer qualitativement que le courant i (t) va continuer à croître vers une valeur I_{max} que l'on calculera.

3) En prenant t_1 comme nouvelle origine du temps, écrire et résoudre l'équation différentielle du 2° ordre permettant de décrire l'évolution du courant i (t). Dessiner le graphe i (t).

4) En déduire l'expression de la tension u(t) et calculer les instants t_2 et t_3 correspondant respectivement à la valeur minimale de u (t) et au passage à la valeur E =100 V.
Quelle est alors la valeur du courant i (t_3) ?

5) Etudier et représenter l'évolution de la tension v (t) aux bornes de l'interrupteur.

On modifie le montage en shuntant l'interrupteur par une diode D idéale (figure 3).

6) Refaire rapidement l'étude du montage. En particulier, que se passe t-il à partir de l'instant t_3 ?
Que pensez-vous du choix de la diode D ?

On referme à nouveau l'interrupteur à partir de l'instant $t_4 = t_3 + t_1$ et ceci durant une durée égale à t_1. Ensuite, on ouvre à nouveau l'interrupteur et l'on recommence périodiquement ces opérations.

7) Quel est alors le résultat obtenu, quelle est la forme du courant i (t) dans la bobine de déviation des électrons et dans la source de tension E. Représenter la tension u (t)?

CORRECTION

Q1a : Lorsque K se ferme, compte tenu de la loi de Lenz : $u(t) = L\dfrac{di(t)}{dt}$, le courant i (t) dans la self-inductance ne peut pas évoluer instantanément. Aussi le condensateur C se charge quasi-instantanément. La tension u (t) passe de 0 à 100 V constant.

Q1b : Evolution du courant i (t).

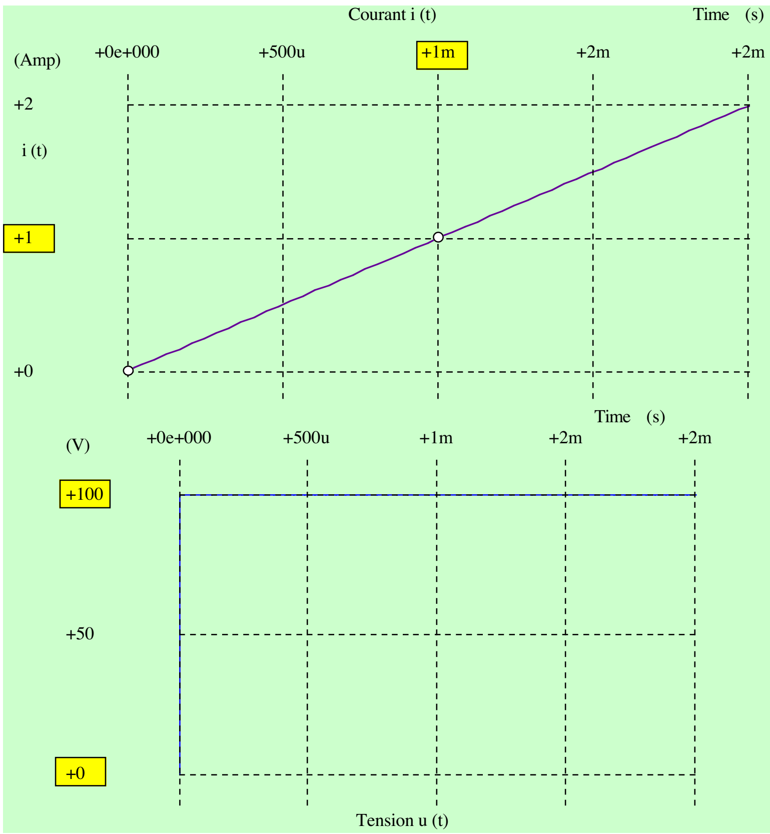
Loi fondamentale de la self-inductance : $E = L\dfrac{di(t)}{dt}$.

Cette équation différentielle du premier ordre a pour solution : $i(t) = \dfrac{E}{L}t + Cte$. La constante est nulle car à t = 0, i (0) = 0 A. Le courant i (t) évolue linéairement en fonction du temps.

Q1c : A l'instant t_1 = 1 ms, le courant i (t_1) = 1 A. Les énergies sont alors les suivantes :

- $E_L = \dfrac{1}{2}Li^2(t_1) = 50mJ$
- $E_C = \dfrac{1}{2}C.E^2 = 0{,}5mJ$

Résultats de la simulation :

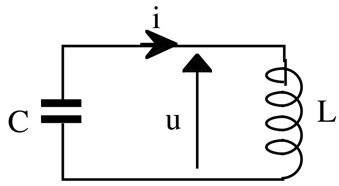


Evolution du courant i (t) et de la tension u (t) après la fermeture de K

Q2 : A l'instant t_1, le courant dans L est de 1 A. Lorsqu'on ouvre K, le courant dans la self-inductance ne peut pas varier brusquement, il continue à augmenter pour atteindre la valeur I_{max}. L'énergie dans L augmente et c'est le condensateur qui va fournir cette énergie. Sachant que l'on dispose d'une énergie totale E_T de 50,5 mJ, on en déduit I_{max} :

$$I_{\max} = \sqrt{\frac{2E_T}{L}} == 1{,}005\,A$$

Q3 : Mise en équation du montage pour déterminer i (t) :



Lois fondamentales du condensateur : $i = -C\dfrac{du}{dt}$ et de la self-inductance : $u = L\dfrac{di}{dt}$.

Soit en dérivant : $\dfrac{du}{dt} = L\dfrac{d^2i}{dt^2}$

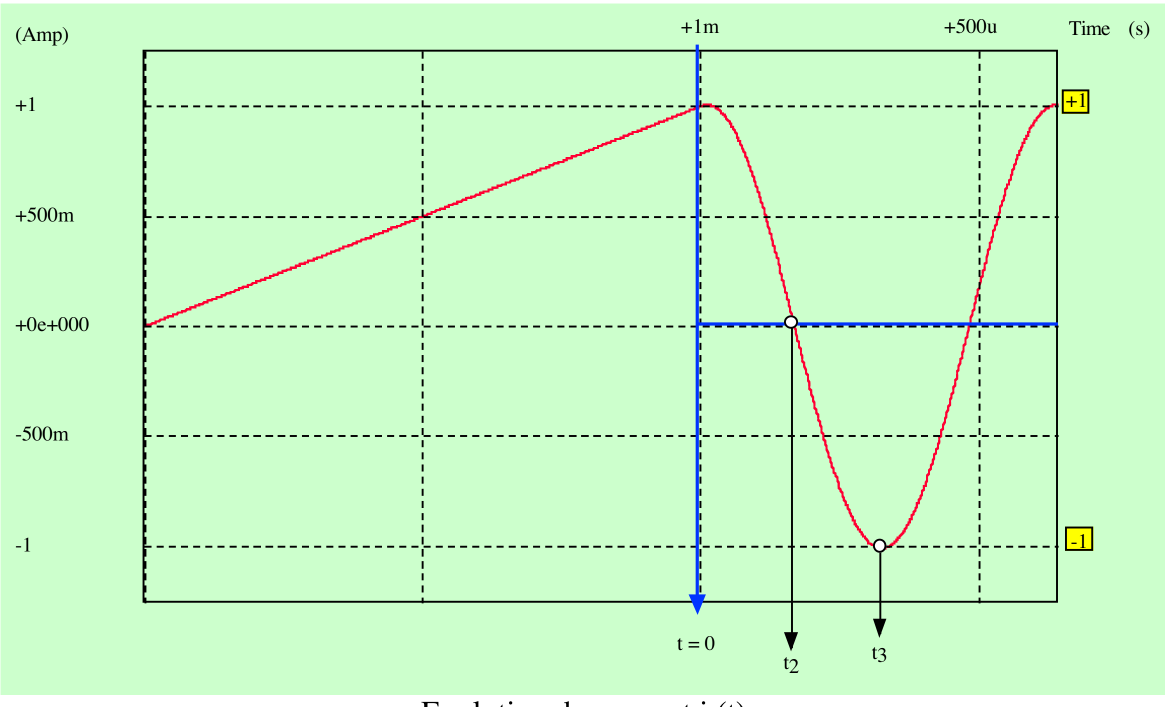
On obtient alors l'équation différentielle du 2° ordre à second membre nul :

$$\boxed{\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{1}{LC}i = 0 \qquad avec : \omega_0^2 = \frac{1}{LC}}$$

L'équation caractéristique $p^2 + \omega_0 p = 0$ a pour solution : $p = \pm j\omega_0$ et la variation du courant dans le circuit est sinusoïdale :

$$\boxed{i = I_{\max}\sin(\omega_0 t + \varphi)}$$

Avec : I_{max} = 1,005 A $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}} = 10^4\,rd/s$. A t=0, i (0) = 1 A conduit à : φ = 1,47 rd + kπ

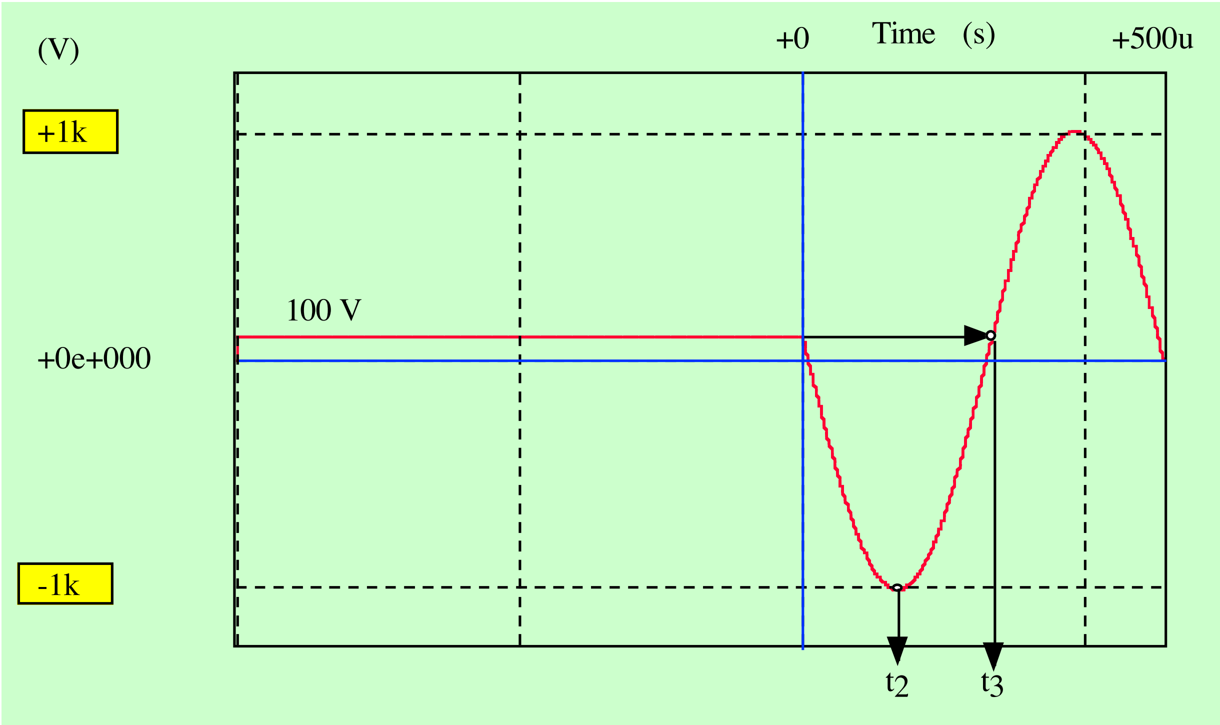


Evolution du courant i (t)

Q4 : La tension u (t) est obtenue avec la relation : $u = L\dfrac{di}{dt}$ soit : $\boxed{u(t) = (LI_{max}\omega_0)\cos(\omega_0 t + \varphi)}$

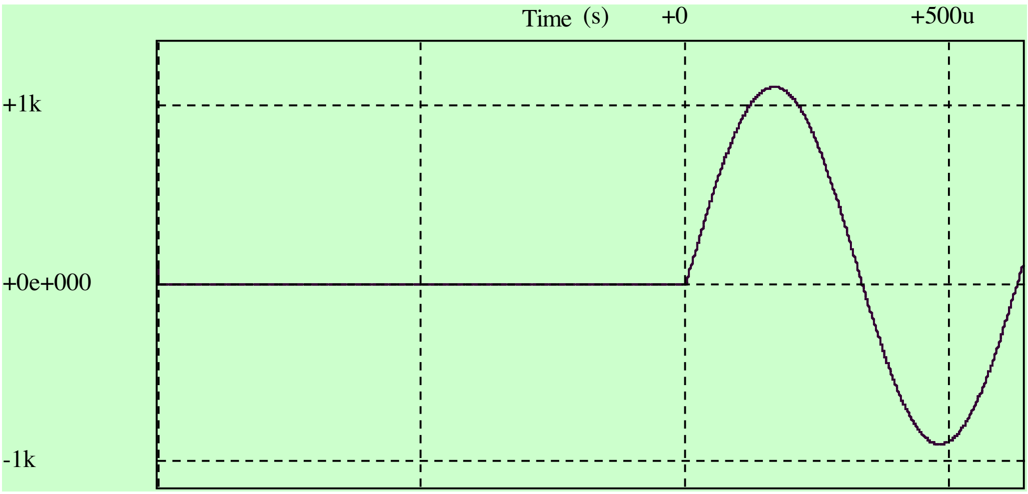
Amplitude de u (t) : $LI_{max}\omega_0$ = 1005 V !

- Valeur minimale de u (t) = -1005 V au temps t_2 = 167 µs.
- Passage de u (t) à 100 V à l'instant t_3 = 334 µs.
- A l'instant t_3, le courant i (t_3) prend la valeur de -1 A.



Evolution de la tension u (t)

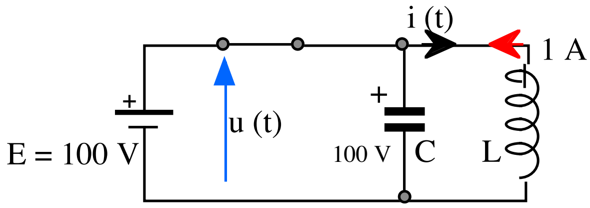
Q5 : Tension aux bornes de l'interrupteur : v (t) = E – u (t) soit : $\boxed{u(t) = 100 - 1005\cos(\omega_0 t + \varphi)}$



Tension v (t) aux bornes de l'interrupteur

Q6 : Une diode est placée en parallèle avec l'interrupteur. Il n'y a pas de changements pour les questions Q_1, Q_2 et Q_3, , car la diode est bloquée (la tension v (t) est nulle puis positive).
La diode doit être choisi de telle manière que sa tension inverse de claquage soit nettement supérieure à 1200 V !

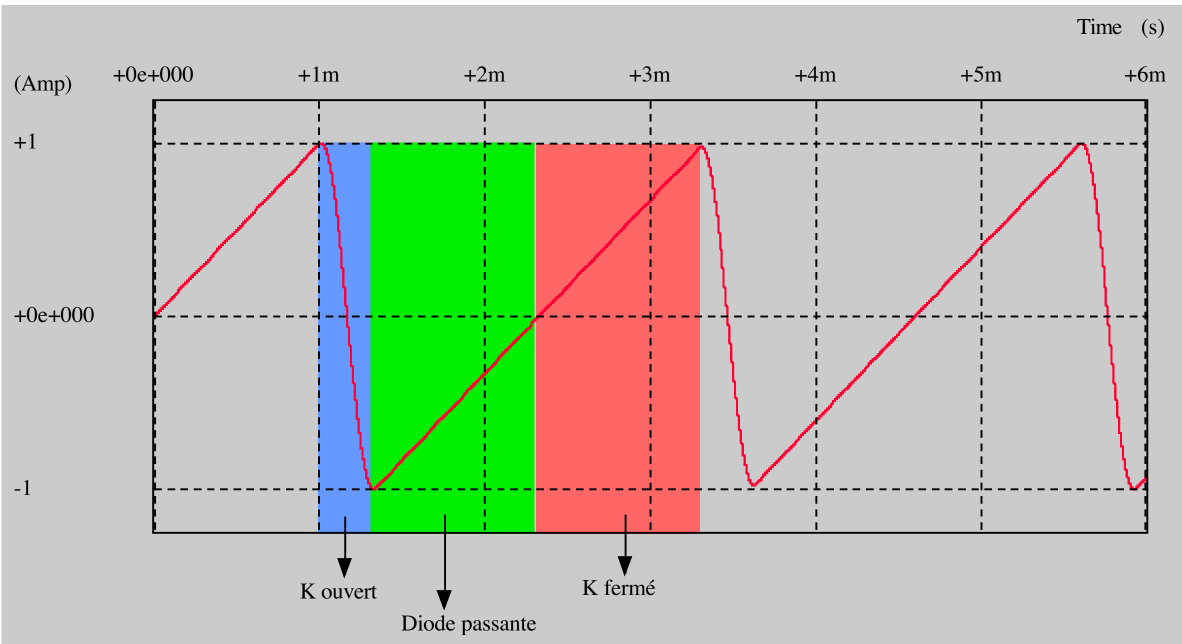
A partir de l'instant t_3, la tension v (t) devient négative et la diode va conduire et se comporter comme un court-circuit. Le schéma à l'instant t_3 est alors le suivant :



Le condensateur est chargé sous 100 V et la présence de la tension E de 100 V ne modifie pas la charge de C.
Le courant initial dans la self-inductance est : i (t_3) = -1 A. L'évolution du courant i (t) est tel que :

$E = L\dfrac{di(t)}{dt}$ soit : $\boxed{i(t) = \dfrac{E}{L}t + i(t_3)}$. Le courant évolue encore linéairement avec le temps.

Q7 : On referme à nouveau l'interrupteur à partir de l'instant $t_4 = t_3 + t_1$ et ceci durant une durée égale à t_1. Ensuite, on ouvre à nouveau l'interrupteur et on recommence périodiquement ces opérations.

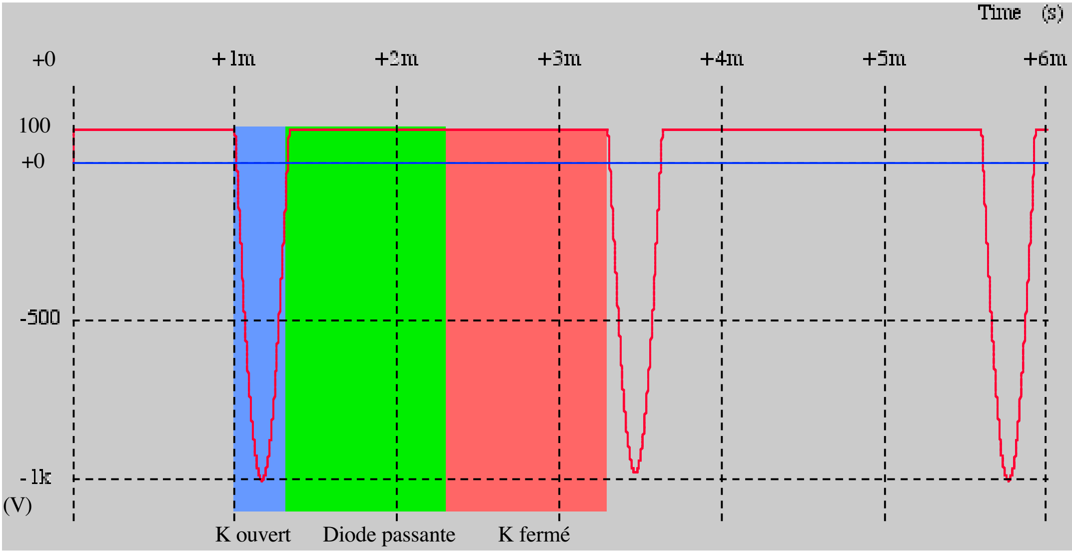


Evolution du courant i (t)

Sur une période :

- K ouvert le courant évolue sinusoïdalement de 1 à –1 A.
- Diode passante, le courant évolue linéairement de –1 A à 0 A. La source de tension E récupère alors l'énergie fournie à la self-inductance lorsque K est fermé.

- K fermé le courant continue linéairement de 0 à 1 A.



Evolution de la tension u (t)