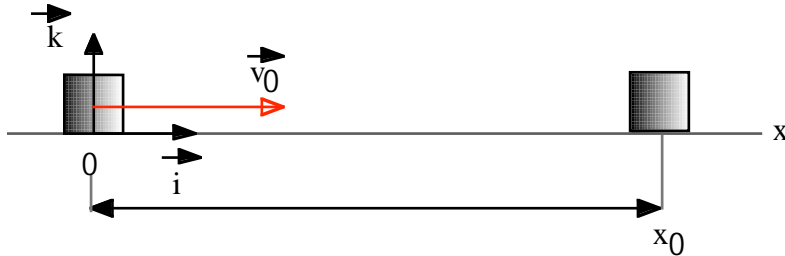


¹DETERMINATION D'UN COEFFICIENT DE FROTTEMENT

On lance un objet de masse m sur une surface horizontale. A l'instant $t = 0$; l'objet passe à l'origine 0 du référentiel où il possède une vitesse v_0 . Il s'immobilise ensuite après avoir parcouru la distance x_0 .



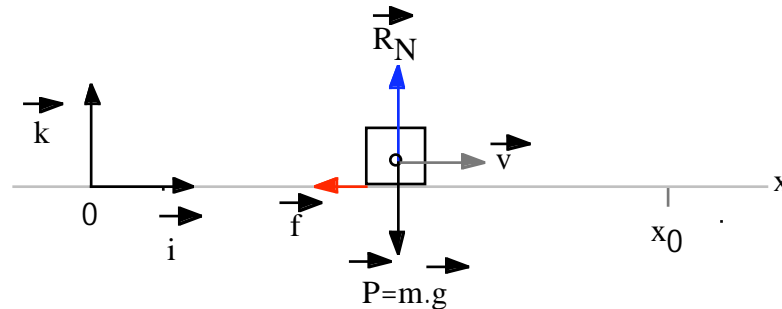
Déterminer l'expression du coefficient de frottement μ entre l'objet et la surface, en fonction des données (v_0 , x_0 et g), en utilisant :

1. Le principe fondamental de la dynamique.
2. Le théorème de l'énergie cinétique.

CORRECTION

1. Considérons l'objet glissant à un instant t où il est animé d'une vitesse \vec{v} .
Trois forces sont alors appliquées :

- La force de frottement \vec{f}
- Le poids $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$
- La réaction du support : $\vec{R}_N = -m \cdot \vec{g}$ (principe de l'action réaction).



On se propose dans un premier temps, d'exprimer l'accélération de l'objet en fonction du coefficient de frottement. Utilisons le principe fondamental de la dynamique :

$$\vec{f} + \vec{P} + \vec{R}_N = m \cdot \vec{a}$$

Projetons sur l'axe Ox de vecteur unitaire \vec{i} : $-\vec{f} \cdot \vec{i} = m \cdot \vec{a} \cdot \vec{i}$

L'accélération de l'objet est telle que : $a = -\frac{f}{m}$ (il s'agit donc d'une décélération).

Introduisons le coefficient de frottement μ tel que : $\mu = \frac{\|\vec{f}\|}{\|\vec{R}_N\|} = \frac{\|\vec{f}\|}{mg}$

On peut donc exprimer la force de frottement : $f = \mu \cdot m \cdot g$ qui conduit à :

$$a = -\mu \cdot g.$$

Il s'agit maintenant de déterminer la distance x_0 parcourue par l'objet. Exprimons la vitesse sachant que : $a = \frac{dv}{dt}$, on obtient : $v(t) = -\mu \cdot g \cdot t + v_0$

Sachant qu'à l'instant initial la vitesse est égale à v_0 , on peut exprimer l'instant t_1 de l'immobilisation :

$$t_1 = \frac{v_0}{\mu \cdot g}$$

Déterminons l'espace parcouru : $x(t) = -\frac{1}{2} \mu \cdot g \cdot t^2 + v_0 \cdot t$

Sachant que l'arrêt de l'objet se situe en x_0 au bout du temps t_1 , on en déduit :

$$\mu = \frac{v_0^2}{2 \cdot g \cdot x_0}$$

2. Le théorème de l'énergie cinétique est beaucoup plus élégant pour résoudre cet exercice. En effet :

A l'instant $t = 0$, l'énergie cinétique est telle que : $E_{c0} = \frac{1}{2}mv_0^2$

A l'instant t_1 , l'énergie cinétique est nulle.

Variation de l'énergie cinétique : $\Delta E_c = -\frac{1}{2}mv_0^2$

Exprimons le travail de la force de frottement : $W = -f \cdot x_0$. Le travail des deux autres forces est évidemment nul.

Sachant que : $\Delta E_c = W$, on en déduit le coefficient de frottement (avec $f = \mu \cdot m \cdot g$) :

$$\mu = \frac{v_0^2}{2 \cdot g \cdot x_0}$$