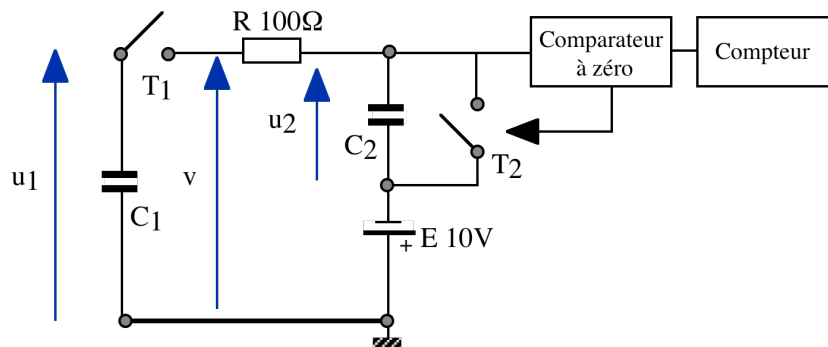


ETUDE D'UN MULTIMETRE NUMERIQUE UTILISANT LE TRANSFERT DE CHARGES¹

Le schéma de principe d'un multimètre numérique est donné ci-dessous. Il met en œuvre un montage comparateur (dont le rôle sera défini plus loin) qui commande un compteur décimal (qui indique au départ 0000).



1° PARTIE : PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT

On donne $R = 100 \Omega$, $C_1 = 0,8 \mu F$, $C_2 = 0,2 \mu F$.

Initialement, la capacité C_1 est supposée chargée sous une tension continue U_1 de 20 V (u_{1i}) alors que la capacité C_2 est déchargée (u_{2i}).

1. L'interrupteur T_2 étant ouvert, à l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur T_1 .
 - a. En faisant le bilan des charges contenues dans les condensateurs C_1 et C_2 avant et longtemps après la fermeture de T_1 et en utilisant le principe de conservation de la charge totale Q_{tot} , déterminer l'expression de la tension u_2 finale :

$$u_{2f} = \frac{C_1}{C_1 + C_2} (u_{1i} + E) \quad (1)$$

Calculer la valeur de la tension u_{2f} et en déduire les valeurs de u_{1f} et v_f .

- b. Donner en fonction du temps l'expression des tensions $u_2(t)$, $u_1(t)$ et $v(t)$ et construire les courbes représentatives.
- c. Calculer l'instant t_1 où la tension $v(t)$ atteint la valeur 0 V. En déduire les valeurs à cet instant des tensions $u_1(t_1)$ et $u_2(t_1)$.

En fait on n'atteint pas les valeurs limites calculées précédemment, car à l'instant t_1 où $v(t)$ passe par zéro volt, le montage « comparateur à zéro volt » ferme puis ouvre très rapidement T_2 . Dans ces conditions, C_2 est déchargé quasi instantanément sans que la charge de C_1 ait pratiquement le temps de varier durant cette durée très courte. Simultanément, Le comparateur fournit une impulsion qui actionne le compteur qui indique alors : 0001.

2. A partir de l'instant t_1 , un deuxième cycle d'évolution commence.
 - a. Quelles sont les valeurs initiales de u_{1i} , u_{2i} et v_i au début de ce deuxième cycle ?
 - b. Calculer les nouvelles valeurs finales vers lesquelles tendraient les trois tensions du montage.
 - c. Donner les expressions de ces tensions en prenant t_1 comme nouvel instant initial et construire leurs graphes.
 - d. Calculer l'instant t_2 où la tension $v(t)$ passe à nouveau par zéro volt entraînant la mise en fonctionnement du comparateur.
Calculer les valeurs atteintes par $u_1(t_2)$ et $u_2(t_2)$.
3. Le compteur affiche maintenant $N = 0002$ et une troisième séquence commence. Calculer comme précédemment les caractéristiques de cette 3^o séquence.
4. Dresser alors un tableau indiquant les valeurs des tensions u_1 et u_2 à la fin des trois séquences précédentes.
En analysant le tableau, prévoir sans calcul, pour les autres cycles, quelles seront les valeurs vers lesquelles tendraient les tensions u_1 et u_2 .
Quand s'arrêteront les phénomènes ?
Combien de fois aura fonctionné le comparateur ?
Combien d'impulsions le compteur affichera t-il et quel sera l'état final du système ?
Montrer qu'il est nécessaire de régler le seuil du comparateur à $-\epsilon V$.

Remarque : On pourrait aussi calculer la charge initiale Q_1 du condensateur C_1 et la quantité de charge ΔQ prélevée successivement par C_2 et en déduire le nombre d'impulsions N reçues par le compteur.

2° PARTIE : APPLICATIONS

1. Fonctionnement en Voltmètre .

On prend maintenant $C_1 = 1 \mu F$ et $C_2 = 1 nF$. La capacité C_1 est supposée initialement chargée sous une tension U inconnue. On ferme T_1 et une évolution par cycles successifs commence.

- a. Quelle charge ΔQ est prélevée par C_2 à chaque cycle sur la charge de départ Q_1 de la capacité C_1 ?
- b. Pratiquement, sachant que $C_2 \ll C_1$, quelle relation simple y aura t-il entre l'affichage N du compteur et la tension U lorsque tous les cycles ont été effectués ?
- c. On lit sur le compteur $N = 837$. Quelle est la valeur de U ?

2. **Fonctionnement en Capacimètre.**

On prend maintenant $C_2 = 1\text{nF}$. *La capacité C_1 est inconnue mais : $C_1 \gg C_2$.*
On charge préalablement C_1 sous une tension de 10 V avant de lancer les cycles habituels.
En fin d'évolution, le compteur affiche $N = 578$, en déduire la valeur de C_1 .

CORRECTION

1° PARTIE : PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT

1. L'interrupteur T_2 étant ouvert, à l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur T_1 .

- a. Faisons le bilan des charges avant la fermeture de T_1 . On a respectivement pour C_1 et C_2 : $Q_{1i} = C_1 \cdot U_1$, $Q_{2i} = C_2 \cdot u_{2i} = 0$ soit une charge totale $Q_{tot} = C_1 \cdot U_1$.
 A la fermeture de T_1 , il y a transfert de charge de C_1 vers C_2 , un courant $i(t)$ circule alors dans le circuit série (C_1 , r , C_2 et E). Longtemps après la fermeture de T_1 , le courant $i(t)$ s'annule. La tension aux bornes des capacités est alors respectivement : u_{1f} et u_{2f} pour C_1 et C_2 . Soit une charge totale :

$$Q_{tot} = C_1 \cdot u_{1f} + C_2 \cdot u_{2f}$$

$$\text{Avec : } u_{2f} = u_{1f} + E$$

Il vient alors :

$$u_{2f} = \frac{C_1}{C_1 + C_2} (U_1 + E) \quad (1)$$

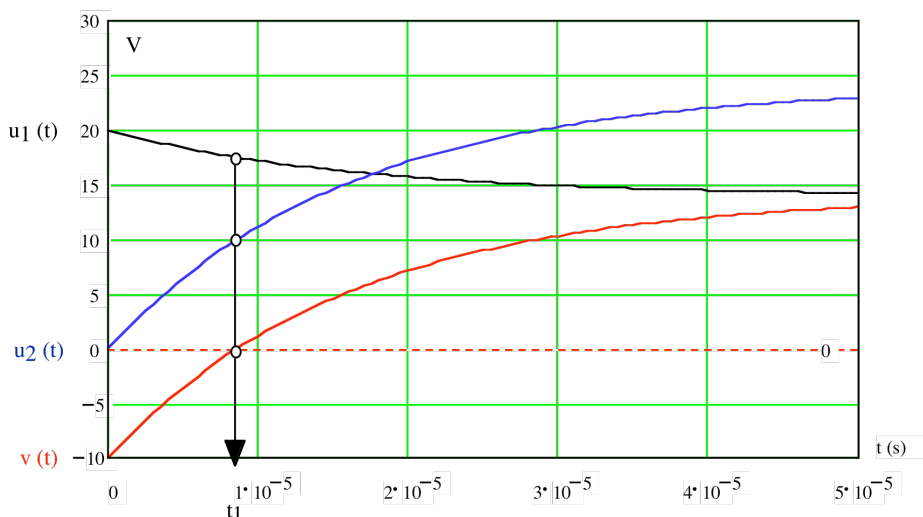
A.N. $u_{2f} = 24 \text{ V}$, $u_{1f} = v_f = 14 \text{ V}$.

- b. Expression des tensions $u_2(t)$, $u_1(t)$ et $v(t)$. On utilise la relation générale de

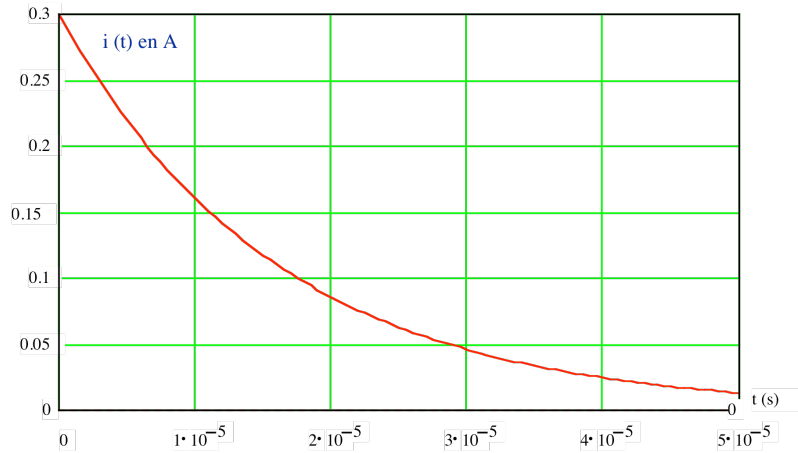
la charge d'une capacité : $v_c(t) = v_c(\infty) - [v_c(\infty) - v_c(ini)] \exp(-\frac{t}{\tau})$

$$\text{Constante de temps : } \tau = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} R = 16 \mu s \quad u_2(t) = 24 \left[1 - \exp(-\frac{t}{\tau}) \right] \quad (2)$$

$$u_1(t) = 14 + 6 \exp(-\frac{t}{\tau}) \quad (3) \quad v(t) = 14 - 24 \exp(-\frac{t}{\tau}) \quad (4)$$



Graphes des tensions $u_1(t)$, $u_2(t)$ et $v(t)$



Graphes des tensions $u_1(t)$, $u_2(t)$ et $v(t)$

- c. Recherche de l'instant t_1 où la tension $v(t)$ atteint la valeur 0 V : la relation 4 s'annule pour $t_1 = 8,62\mu\text{s}$. On a alors : $u_1(t_1) = 17,5\text{ V}$ et $u_2(t_1) = 10\text{ V}$.

2. Deuxième cycle d'évolution.

- a. Valeurs initiales :

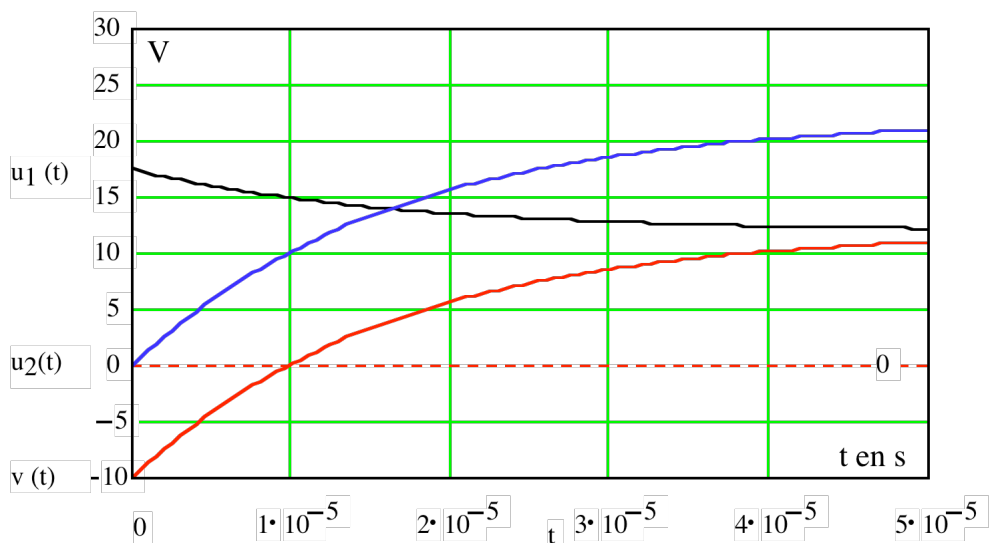
u_{1i}	u_{2i}	v_i
17,5 V	0 V	-10 V

- b. Pour obtenir les valeurs finales, on remplace dans la relation (1) U_1 par u_{1i} soit 17,5 V. Il vient alors :

u_{1f}	u_{2f}	V_f
12 V	22 V	12 V

- c. Expressions de ces tensions en prenant t_1 comme nouvel instant initial :

$u_2(t) = 22 \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right]$	$u_1(t) = 12 + 5,5 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$	$v(t) = u_2(t) - E$
---	--	---------------------



Graphes des tensions $u_1(t)$, $u_2(t)$ et $v(t)$

- d. Recherche de l'instant t_2 où la tension $v(t)$ passe à nouveau par zéro volt entraînant la mise en fonctionnement du comparateur : $t_2 = 9,7 \mu\text{s}$. On a alors : $u_1(t_2) = 15 \text{ V}$ et $u_2(t_2) = 10 \text{ V}$.

3. Troisième séquence.

u_{1i}	u_{2i}	v_i
15 V	0 V	-10 V

u_{1f}	u_{2f}	V_f
10 V	20 V	10V

A l'instant $t_3 = 11,09 \text{ ms}$, $v(t)$ passe à 0V et le comparateur actionne T_2 .

$u_1(t_3)$	$u_2(t_3)$	$v(t_3)$
12,5 V	10 V	0V

4. Compte tenu des résultats précédents, on peut extrapoler et donner le tableau suivant :

u_{1f} (V)	17,5	15	12,5	10	7,5	5	2,5	0
u_{2f} (V)	10	10	10	10	10	10	10	10

Les phénomènes s'arrêtent lorsque la charge de C_1 est nulle. Le comparateur a fonctionné 8 fois et le compteur indique $N = 8$. Cependant, pour la dernière séquence, le seuil du comparateur doit être négatif et voisin de zéro afin de la prendre en compte.

Remarque : au départ, C_1 dispose d'une charge de $Q_1 = 16 \mu\text{C}$. A chaque séquence, C_1 réalise un prélèvement de $\Delta Q = 2 \mu\text{C}$. On doit donc compter : $N = \frac{Q_1}{\Delta Q} = 8$ impulsions.

2° PARTIE : APPLICATIONS

1. **Fonctionnement en Voltmètre.**

La capacité C_1 dispose au départ d'une charge : $Q_1 = U \cdot C_1$. A chaque cycle on lui prélève une charge $\Delta Q = 1 \text{ nC}$. Le compteur indiquera donc : $N = 1000 U$.
Pour $N = 837$, on en déduit : $U = 0,837 \text{ V}$.

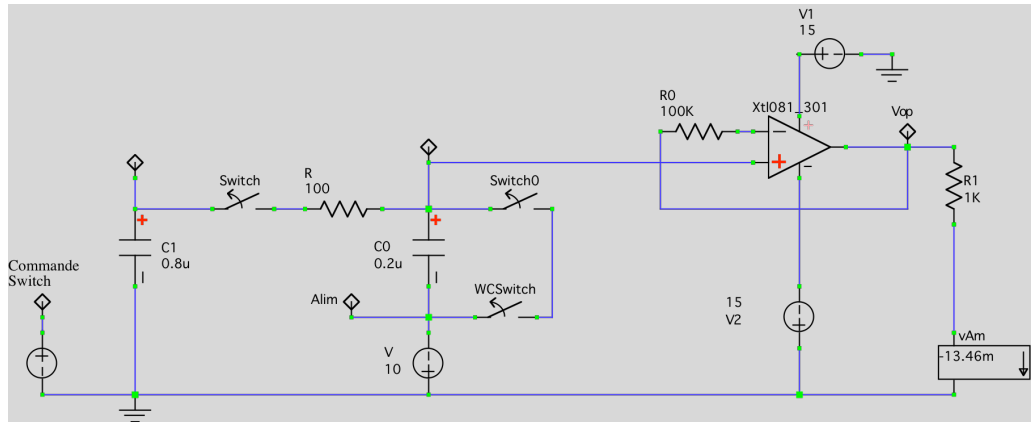
2. **Fonctionnement en Capacimètre.**

C_1 dispose au départ d'une charge $Q_1 = 10 \text{ C}_1$. A chaque cycle on lui prélève une charge $\Delta Q = 10 \text{ C}_2$. Le compteur indiquera donc : $N = \frac{C_1}{C_2}$.

Pour $N = 578$, on en déduit : $C_1 = 578 \text{ nF}$.

ANNEXE : SIMULATION DE LA 1° PARTIE

Le schéma du montage simulant la première partie est donné ci-dessous.



- L'interrupteur T_1 « Switch » est commandé par la tension du générateur de commande qui délivre une impulsion de 5V avec un délai de $10\mu\text{s}$ et une durée $200\mu\text{s}$.
- L'amplificateur opérationnel est monté en suiveur de la tension $v(t)$. Sa tension de sortie commande l'interrupteur T_2 « Switch0 » dont le seuil de fermeture est réglé à -1 mV .
- L'interrupteur « WSwitch » est piloté par le courant de sortie de l'amplificateur opérationnel. Normalement fermé, il s'ouvre lorsque le courant dans R_1 atteint $-0,05\text{ mA}$.

Les résultats de cette simulation sont donnés en figure ci-dessous.

