

1 AMPLIFICATEUR SELECTIF CONTROLE PAR DIODE VARICAP

On utilise à 25°C, une diode « varicap » BA 102. Ce dispositif, polarisé en inverse (son courant est alors inférieur au μA), se comporte comme une capacité C_d dont la valeur dépend de la tension de polarisation V_R . La caractéristique de la diode varicap en fonction de la tension V_R est donnée en figure 1. Cette caractéristique est présentée en coordonnées réduites à savoir : $C_d(V_R)/30\text{pF}$, valeur obtenue pour $V_R = 4\text{V}$.

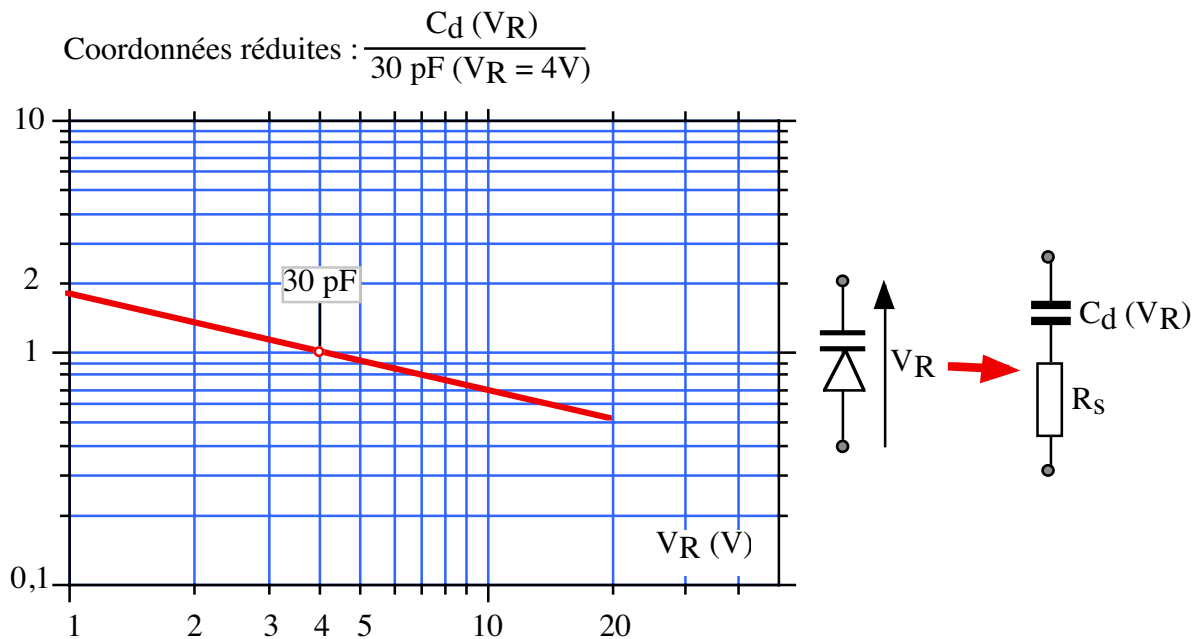


Figure 1 : Variation de la capacité C_d (en coordonnées réduites) de la diode varicap BA 102 en fonction de la tension de polarisation inverse V_R .

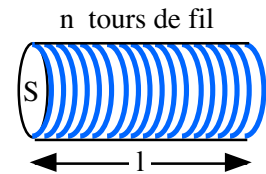
1. En analysant le graphe de la figure 1, montrer que la relation existant entre la capacité C_d de la diode et la tension V_R qui assure sa polarisation en inverse est telle que : $C_d = K.V_R^{-n}$. Déterminer la valeur des coefficients K et n sachant que $C_d(4\text{V}) = 30\text{pF}$.
2. Pour les valeurs extrêmes de la tension V_R , déterminer la valeur des capacités $C_{d\text{min}}$ et $C_{d\text{max}}$.
3. La capacité C_d est imparfaite, elle présente en effet une résistance série R_{sd} de 3Ω . Sachant que l'on fixe la tension V_R à 4V , et que la fréquence f de travail est de $10,7\text{ MHz}$, déterminer de coefficient de qualité Q_d de la diode varicap.
4. A la fréquence $f = 10,7\text{ MHz}$, effectuer le passage de la forme série (impédance \underline{Z}) à la forme parallèle (admittance \underline{Y}). Montrer alors que la résistance série R_{sd} de la diode varicap possède une image parallèle R_{pd} telle que : $R_{pd} \approx Q_d^2 R_{sd}$. Faire l'application numérique.

5. On réalise une self-inductance L en bobinant, sur un mandrin de diamètre Φ (1cm) et de longueur l (2 cm), avec des spires jointives, un fil de cuivre émaillé de diamètre d (8/10 de mm).

On rappelle l'expression de la self-inductance alors réalisée :

$$L = \mu_0 \frac{n^2 S}{l}$$

- $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ représente la permittivité de l'air.
- n est le nombre de tours de fil sur le mandrin.
- S est la surface de la section du cylindre.



Calculer la valeur L de la self-inductance.

6. La self-inductance possède une résistance série R_s de $1,5\Omega$. A la fréquence f de travail de $10,7$ MHz, déterminer de coefficient de qualité Q_L de la self-inductance.
7. . A la fréquence $f = 10,7$ MHz, effectuer le passage de la forme série (impédance \underline{Z}) à la forme parallèle (admittance \underline{Y}). Montrer alors que la résistance série R_s de la self possède une image parallèle R_{pL} telle que : $R_{pL} \approx Q_L^2 R_s$. Faire l'application numérique.

La diode varicap et la self-inductance sont maintenant associées au montage amplificateur sélectif de la figure 2. Ce montage utilise à 25°C , un transistor NPN au silicium BF 240. Les caractéristiques du transistor pour un courant de repos de collecteur $I_C = 0,5$ mA sont telles que :

Gain en courant B.F.	Capacité base émetteur	Capacité base collecteur	Tension de Early
$\beta = 150$	$C_{be} = 15$ pF	$C_{bc} = 0,3$ pF	$V_A = -100$ V

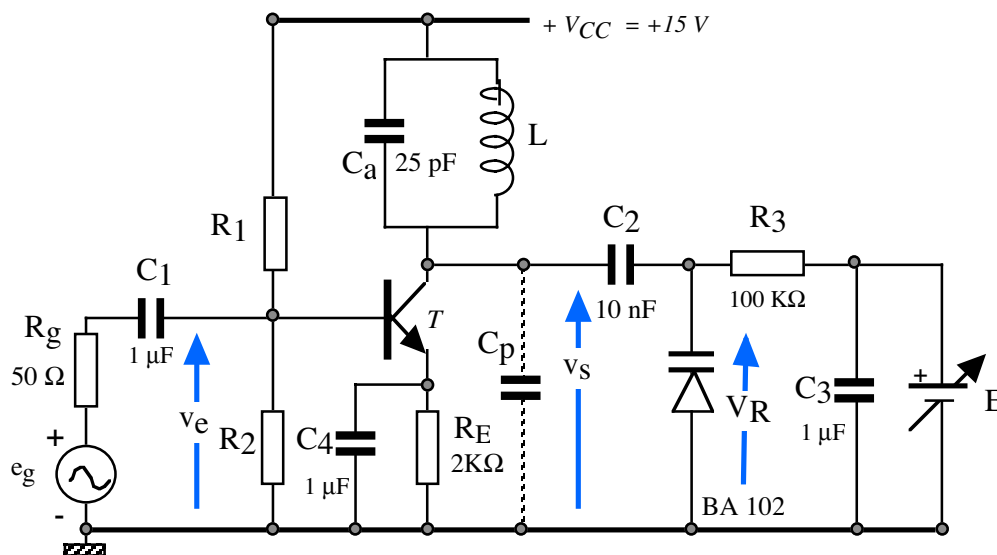


Figure 1 : Schéma du montage amplificateur sélectif.

Afin d'entretenir les oscillations, on s'arrange pour appliquer à l'entrée du montage, une tension $v_e = V_{Em} \sin(2\pi f t)$ dont la fréquence sera à chaque instant égale à la fréquence de résonance f_0 du circuit oscillant (celle-ci étant commandée par la diode varicap).

Les capacités parasites sur le collecteur (câblage.etc.) sont estimées à $C_p = 10$ pF.

8. Dessiner le schéma du montage en régime continu et choisir la valeur à donner aux résistances R_1 et R_2 pour fixer le point de repos du transistor à $I_C = 0,5$ mA.

9. Dessiner le schéma équivalent du montage aux petites variations en haute fréquence en utilisant les résultats des questions 4 et 7. Entre le collecteur et la masse, regrouper les conductances et les capacités (respectivement G_{eq} et C_{eq}). Donner les expressions correspondantes. Quel est le rôle de la résistance R_3 ?
10. On désire que la fréquence de résonance f_0 du circuit oscillant parallèle soit égale à 10,7 MHz (*fréquence intermédiaire en radio F.M.*). En supposant à priori négligeable l'influence de la capacité base collecteur C_{bc} du transistor, calculer la valeur de la capacité C_d et du générateur de tension E .
11. Déterminer dans ces conditions, à la fréquence f_0 , l'expression du gain en tension maximal A_{max} de l'amplificateur. Donner le coefficient de qualité Q_p du circuit oscillant parallèle et la bande passante ΔF de l'amplificateur. Faire l'application numérique.
12. Analyse de l'effet Miller. A la fréquence de résonance, exprimer le courant i qui circule dans la capacité C_{bc} , de la base vers le collecteur, en fonction :
- De la tension v_s et du gain A_{max}
 - De la tension v_e et du gain A_{max} .
- En déduire l'expression de la capacité C_{me} ramenée par effet Miller entre base et émetteur ainsi que C_{ms} entre collecteur et émetteur.
Montrer que C_{ms} est négligeable devant la capacité C_{eq} justifiant ainsi l'hypothèse de la question 10.
13. On fait maintenant varier la tension V_R de 1 à 15 V à l'aide de la tension de commande E . En déduire les valeurs extrêmes :
- a. De la fréquence de résonance f_0
 - b. La variation du coefficient de qualité Q_p
 - c. Du gain maximum A_{max} .
 - d. La variation de la bande passante.
14. Afin de remplacer le générateur de tension E , donner un schéma simple permettant de faire varier la tension V_R de 1 à 15V.

CORRECTION

1. Le graphe de la figure 1 est linéaire avec des coordonnées log-log. On peut alors écrire en posant $C_d(4) = 30$ pF :

$$\log\left(\frac{C_d}{C_d(4)}\right) = -a \log V_R + b \quad \text{soit : } \frac{C_d}{C_d(4)} = 10^{-a \log V_R + b}$$

$$C_d = C_d(4) 10^b (10^{\log V_R})^{-a} \quad \boxed{C_d = C_d(4) 10^b (V_R)^{-a}}$$

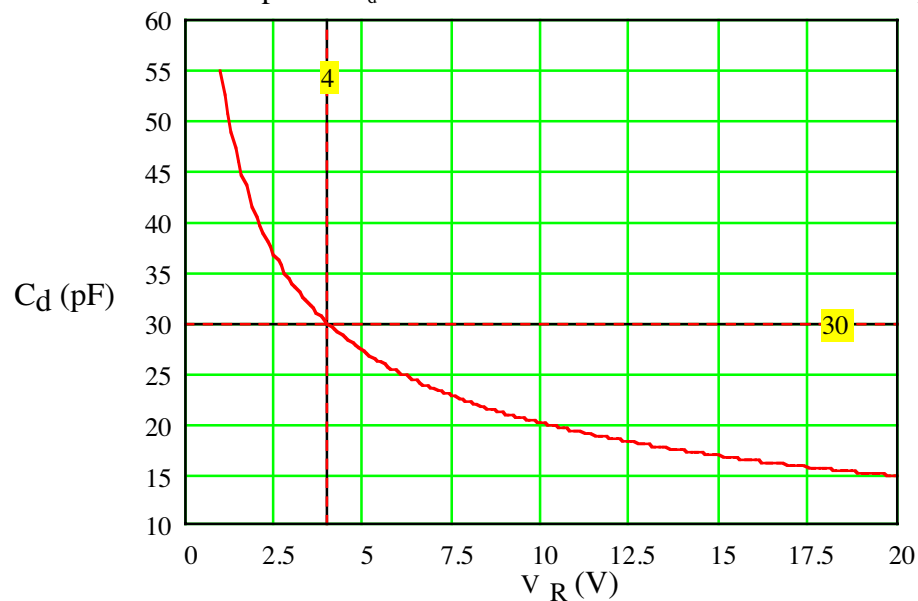
Par identification avec l'expression : $C_d = K V_R^{-n}$, on en déduit :

- $N = a$
- $K = C_d(4) \cdot 10^b$

Pour obtenir les valeurs de a et b, prenons deux points du graphe :

- $V_R = 4 \text{ V} \rightarrow \frac{C_d}{C_d(4)} = 1$
- $V_R = 9 \text{ V} \rightarrow \frac{C_d}{C_d(4)} = 0,7$
- On en déduit : $a = 0,438$ et $b = 0,263$ conduisant à : $n = 0,438$ $K = 54,9 \cdot 10^{-12}$

2. Graphe de l'évolution de la capacité C_d en fonction de la tension de commande V_R .



C_d évolue de 55 pF ($V_R = 1$ V) à 14,7 pF ($V_R = 20$ V).

3. Coefficient de qualité de la diode varicap $C_d = 30$ pF à 10,7 MHz : $Q_d = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C_d \cdot R_{sd}} = 165$

4. Impédance de la diode varicap : $Z = R_{ds} + \frac{1}{j\omega C_d}$ \rightarrow Admittance : $Y = \frac{1}{R_{ds} + \frac{1}{j\omega C_d}}$.

On multiplie par la quantité conjuguée :

$$\underline{Y} = \frac{R_{ds} - \frac{1}{j\omega C_d}}{R_{ds}^2 + \frac{1}{\omega^2 C_d^2}} = \frac{R_{ds}}{R_{ds}^2 + \frac{1}{\omega^2 C_d^2}} - \frac{\frac{1}{j\omega C_d}}{R_{ds}^2 + \frac{1}{\omega^2 C_d^2}}$$

Mettons en évidence le coefficient de qualité Q_d de la diode :

$$\underline{Y} = \frac{R_{ds}}{\frac{1}{\omega^2 C_d^2} \left(\frac{1}{Q_d^2} + 1 \right)} - \frac{\frac{1}{j\omega C_d}}{\frac{1}{\omega^2 C_d^2} \left(\frac{1}{Q_d^2} + 1 \right)}$$

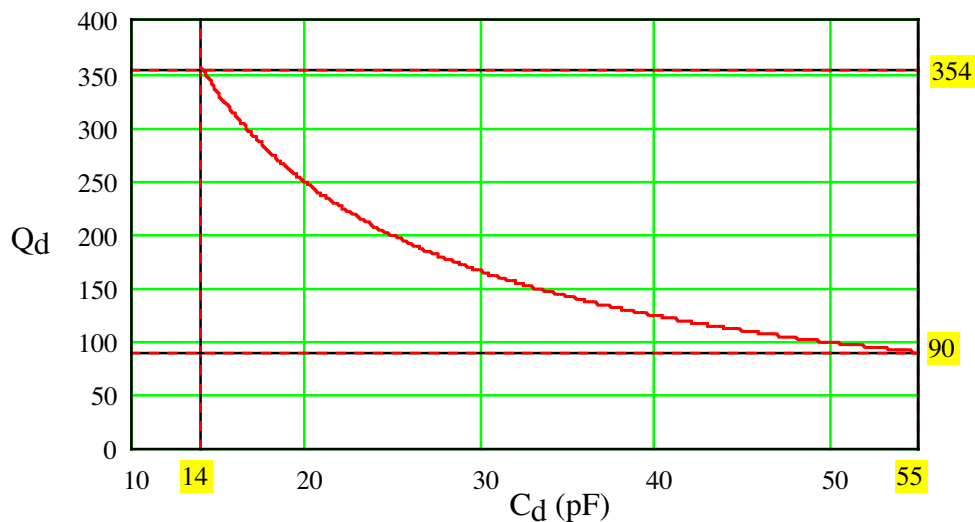
Dans la mesure où le coefficient de qualité Q_d est supérieur à 10, on peut écrire avec une bonne approximation (1%) :

$$\underline{Y} = R_{ds} \omega^2 C_d^2 + j\omega C_d = \frac{1}{Q_d^2 R_{ds}} + j\omega C_d$$

Cette équation représente le circuit formé par la capacité C_d avec en parallèle une résistance :

$$R_{pd} = Q_d^2 R_{sd} = 81,6 k\Omega.$$

Remarque : Le graphe ci-dessous donne la variation du coefficient de qualité Q_d en fonction de C_d dans sa gamme de variation pour $f = 10,7$ MHz.



Sachant que : $90 < Q_d < 354$, la relation $R_{pd} = Q_d^2 R_{sd}$ est toujours valable.

5. Réalisation de la self-inductance :

$$\text{Section } S = \pi \left(\frac{\Phi}{2} \right)^2 = 0,785 \text{ cm}^2.$$

$$\text{Nombre de tours de fil : } n = \frac{l}{d} = 25$$

$$\text{Valeur de la self-inductance : } L = 3 \mu\text{H}.$$

6. Coefficient de qualité de la self-inductance à 10,7 MHz : $Q_L = \frac{2\pi f L}{R_s} = 134,46$.

7. Impédance : $\underline{Z} = R_s + j\omega L$ -> Admittance : $\underline{Y} = \frac{1}{R_s + j\omega L}$.

On multiplie par la quantité conjuguée : $\underline{Y} = \frac{R_s - j\omega L}{R_s^2 + \omega^2 L^2} = \frac{R_s}{R_s^2 + \omega^2 L^2} - \frac{j\omega L}{R_s^2 + \omega^2 L^2}$

Mettons en évidence le coefficient de qualité Q_L de la self-inductance :

$$\underline{Y} = \frac{R_s}{\omega^2 L^2 \left(\frac{1}{Q_L^2} + 1\right)} - \frac{j\omega L}{\omega^2 L^2 \left(\frac{1}{Q_L^2} + 1\right)}$$

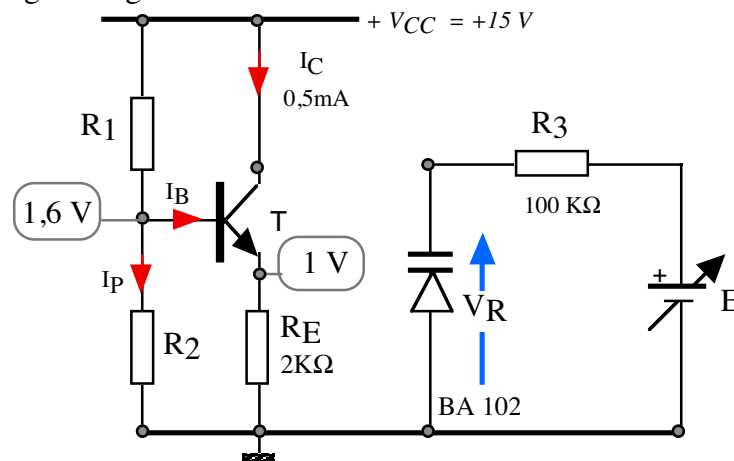
Dans la mesure où le coefficient de qualité Q_d est supérieur à 10, on peut écrire avec une bonne approximation (1%) :

$$\underline{Y} = \frac{R_s}{\omega^2 L^2} + \frac{1}{j\omega L} = Q_L^2 R_s + \frac{1}{j\omega L}$$

Cette équation représente le circuit formé par la self-inductance L avec en parallèle une résistance :

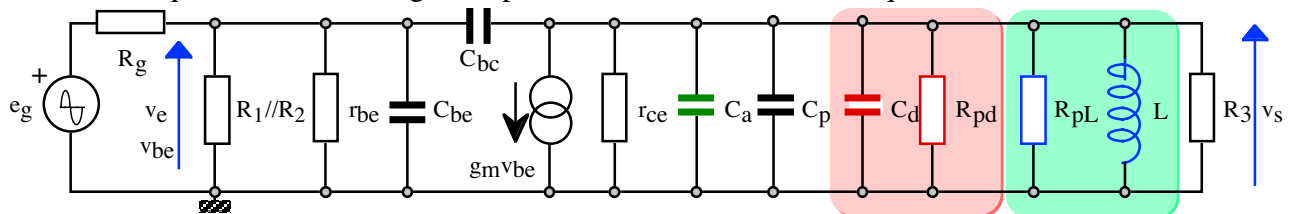
$$R_{pL} = Q_L^2 R_s = 27,1 k\Omega.$$

8. Schéma du montage en régime continu.

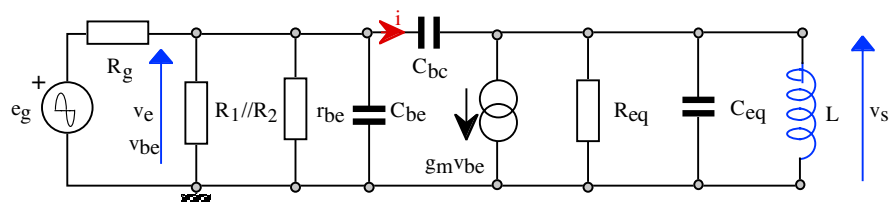


Courant de base $I_B = 3,3 \mu A$. Courant I_p choisi $50 \mu A$. $R_1 = 268 k\Omega$ ($270 k\Omega$ valeur normalisé), $R_2 = 32 k\Omega$ (soit $33 k\Omega$).

9. Schéma équivalent du montage aux petites variations en haute fréquence.



Soit en regroupant :



- $R_{eq} = r_{ce} // R_{pd} // R_{pL} // R_3 \rightarrow G_{eq} = \frac{1}{r_{ce}} + \frac{1}{R_{pd}} + \frac{1}{R_{pL}} + \frac{1}{R_3}$
- $C_{eq} = C_a // C_p // C_d$

La diode est bloquée, son courant inverse est alors très faible. La résistance R_3 a pour but d'éviter que la diode ne soit court-circuitée aux variations par le générateur de tension E et la capacité de découplage C_3 .

10. La fréquence de résonance f_0 du circuit oscillant parallèle excité en courant par le générateur de courant ($g_m \cdot v_{be}$) du transistor est telle que :

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_{eq}}}$$

On en déduit : $C_{eq} = 73,75 \text{ pF}$ et $C_d = 24,75 \text{ pF}$. La tension E doit donc être ajustée à $6,16 \text{ V}$.

11. A la fréquence f_0 , l'admittance du circuit oscillant : $\underline{Y} = G_{eq} + j(C_{eq}\omega - \frac{1}{L\omega})$ est réelle et égale à G_{eq} :

- $A_{max} = -\frac{g_m}{G_{eq}} = -\frac{I_C}{U_T \cdot G_{eq}}$ avec : $U_T = 25 \text{ mV}$ à 25°C .

- Le coefficient de qualité du circuit oscillant parallèle est : $Q_p = \frac{1}{G_{eq} L \omega_0}$

- Bande passante ΔF de l'amplificateur : $\Delta F = \frac{f_0}{Q_p}$

Application numérique : Nouvelle résistance R_{pd} de la diode varicap $C_d = 24,75 \text{ pF}$:

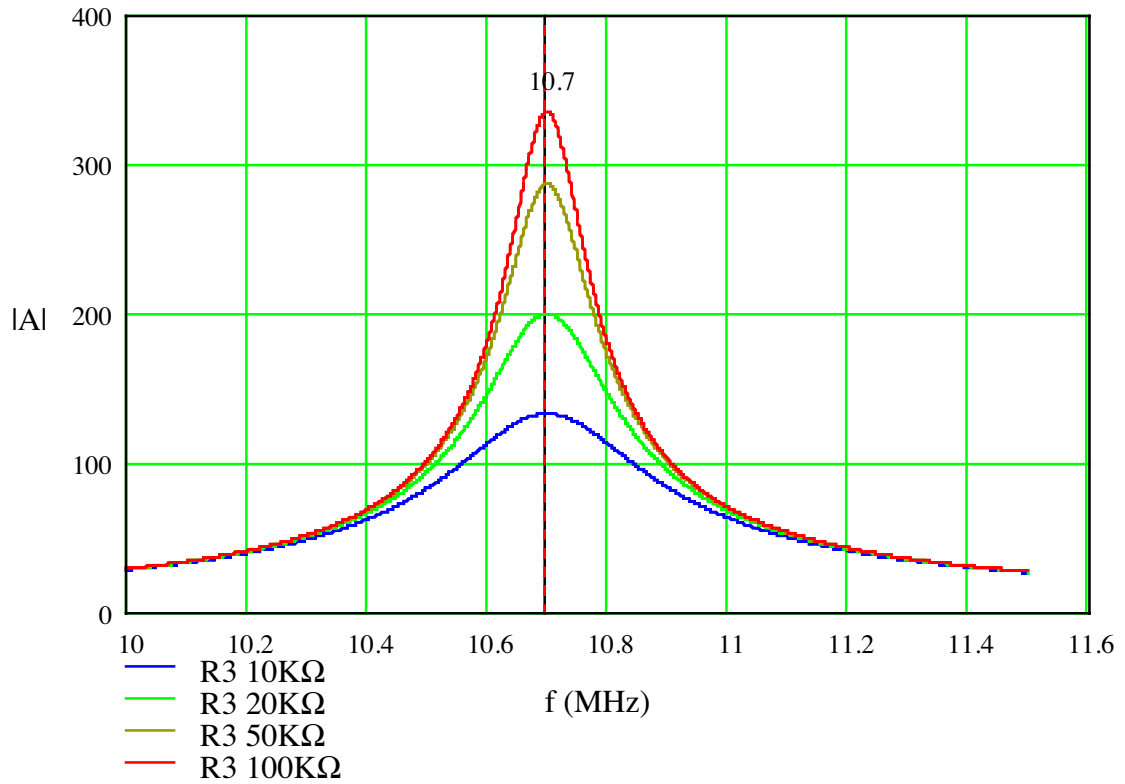
$$Q_d = \frac{1}{2\pi \cdot f_0 \cdot C_d \cdot R_{sd}} = 200, R_{pd} = Q_d^2 R_{sd} = 120 \text{ k}\Omega.$$

$$\text{Résistance interne du transistor : } r_{ce} = \frac{|V_A| + V_{CE}}{I_C} = 228 \text{ k}\Omega.$$

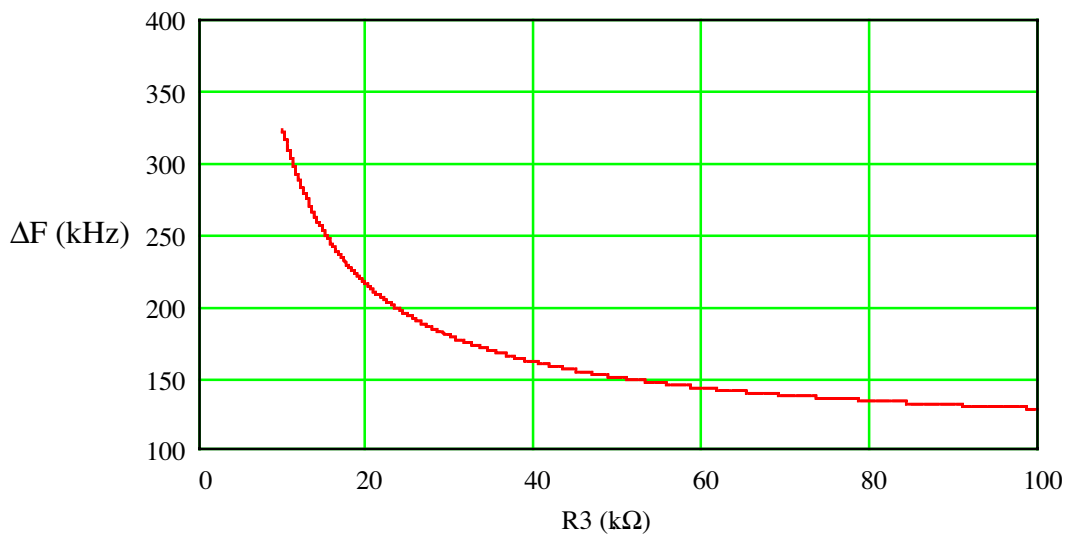
Tableau des résultats.

g_m	R_{eq}	A_{max}	Qualité du circuit	Bande passante
20 mS	16,78 k Ω	-335	$Q_p = 83,2$	$\Delta F = 128,6 \text{ kHz}$.

Remarque : On peut modifier la valeur de la résistance R_3 sans nuire à la tension de polarisation de la diode (courant quasi nul dans R_3) ni à la fréquence de résonance f_0 . La valeur de R_3 permet de modifier le gain en tension du montage ainsi que sa bande passante comme le montre les graphes suivants.

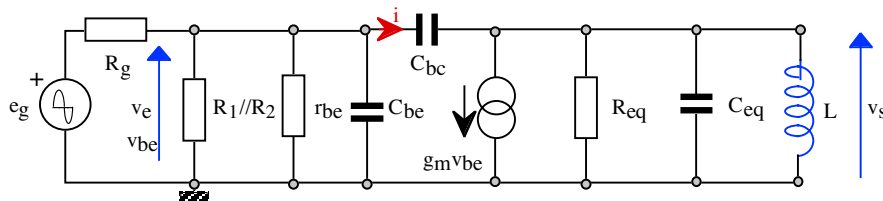


Influence de la résistance R_3 sur la courbe de réponse du montage.



Influence de la résistance R_3 sur la bande passante du montage.

12. Analyse de l'effet Miller à la fréquence de résonance.



Expression du courant i : $i = (v_e - v_s)j\omega C_{bc}$.

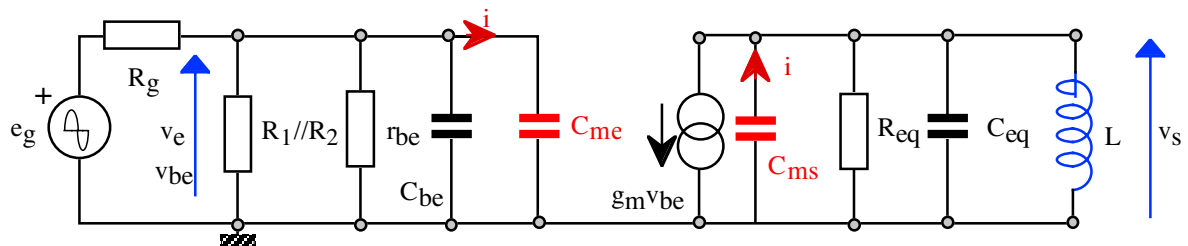
$$i = v_e \left(1 - \frac{v_s}{v_e}\right) j\omega C_{bc} \quad \rightarrow \quad \frac{i}{v_e} = (1 - A_{\max}) j\omega C_{bc}$$

Cette relation est celle d'une capacité C_{me} (dite de Miller) située entre base et masse telle que : $C_{me} = (1 - A_{max})C_{bc} = (1 + g_m R_{eq})C_{bc}$. Cette capacité vient s'ajouter à C_{bc} .

On peut aussi écrire : $i = v_s \left(\frac{v_e}{v_s} - 1 \right) j\omega C_{bc} \rightarrow -\frac{i}{v_s} = \left(-\frac{1}{A_{max}} + 1 \right) j\omega C_{bc}$

Cette relation indique est celle d'une capacité C_{ms} (dite de Miller) située entre collecteur et masse telle que : $C_{ms} = \left(\frac{1}{g_m R_{eq}} + 1 \right) C_{bc}$.

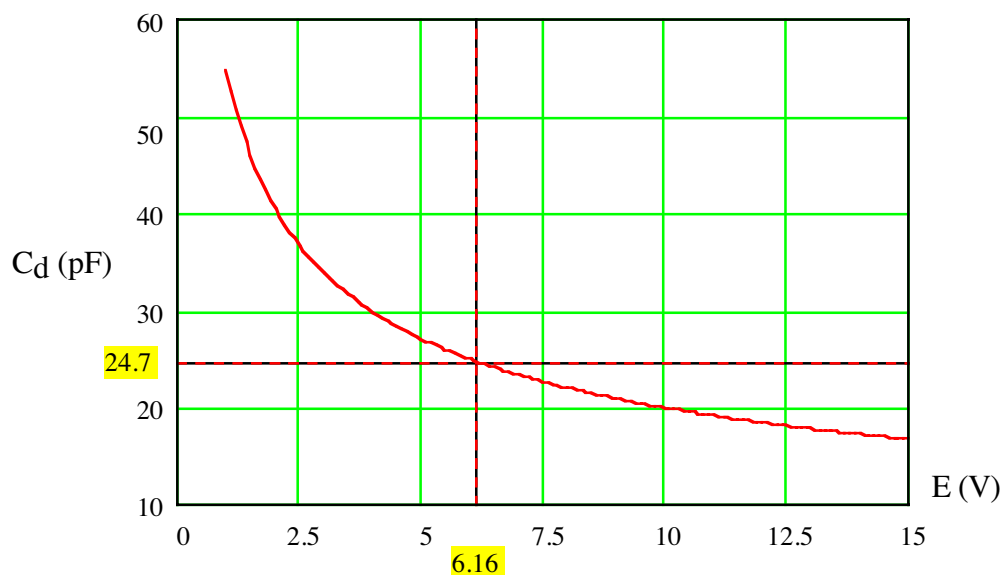
Les deux capacités C_{me} et C_{ms} permettent de simuler la présence de C_{bc} et de travailler avec le nouveau schéma suivant où entrée et sortie sont séparées :



Compte tenu de la valeur du gain A_{max} , $C_{ms} \approx C_{bc} = 0,3 pF$, valeur négligeable devant C_{eq} . Par contre la capacité C_{me} de 5nF est importante. Pour avoir alors une fréquence haute de coupure à l'entrée suffisamment élevée il faut attaquer en tension avec une résistance R_g

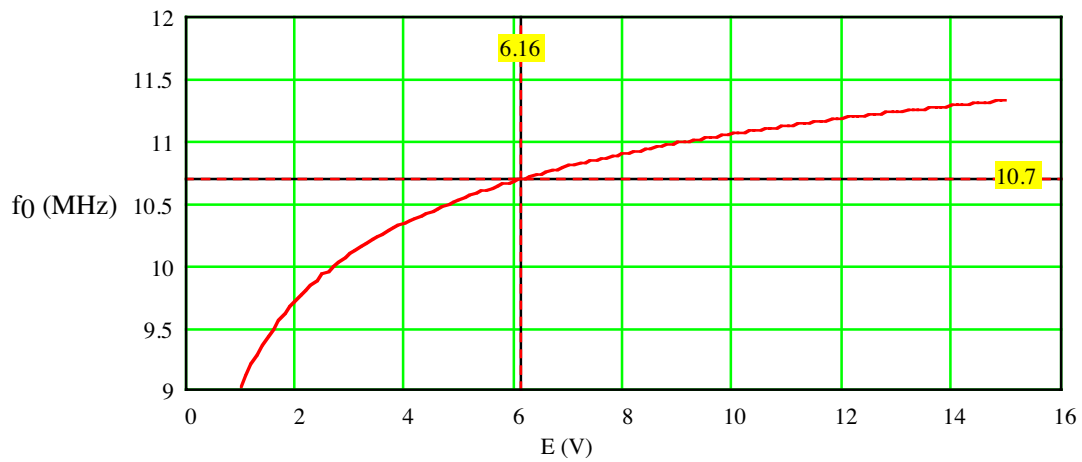
faible. En effet : $f_{he} \approx \frac{1}{2\pi R_g C_{me}}$.

13. Si La tension V_R varie de 1 à 15 V, la capacité de la diode varicap évolue de 55pF à 16,8pF.



Evolution de la capacité de la diode varicap en fonction de la tension de commande E .

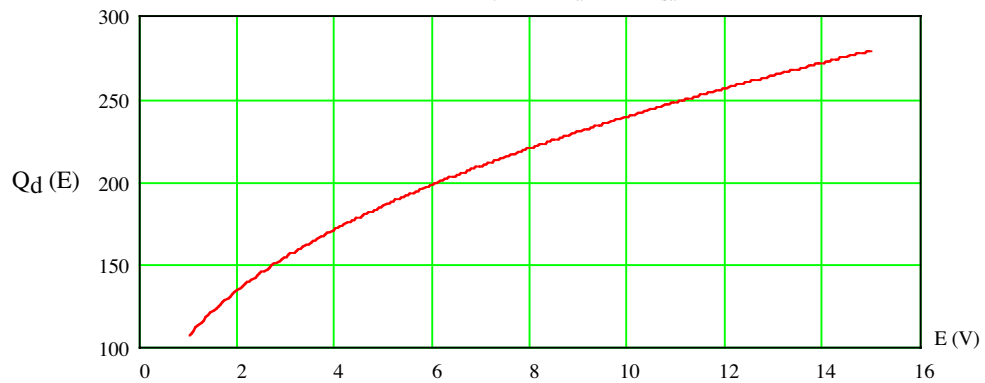
a. Sachant que la capacité C_{eq} du circuit oscillant varie de 104 pF à 65,8pF, la fréquence de résonance $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_{eq}}}$ évolue de 9 MHz à 11,33MHz.



Graphe de la fréquence de résonance en fonction de la tension de commande E .

- b. Le coefficient de qualité Q_d de la diode varicap dépend de la tension de commande E :

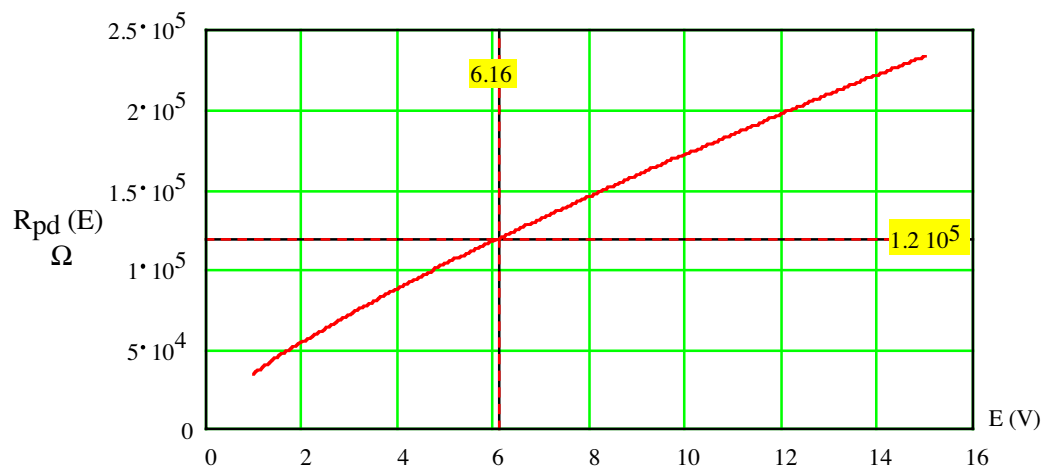
$$Q_d(E) = \frac{1}{2\pi \cdot f_0(E) \cdot C_d(E) \cdot R_{sd}}$$



Graphe du coefficient de qualité de la diode varicap en fonction de la tension E .

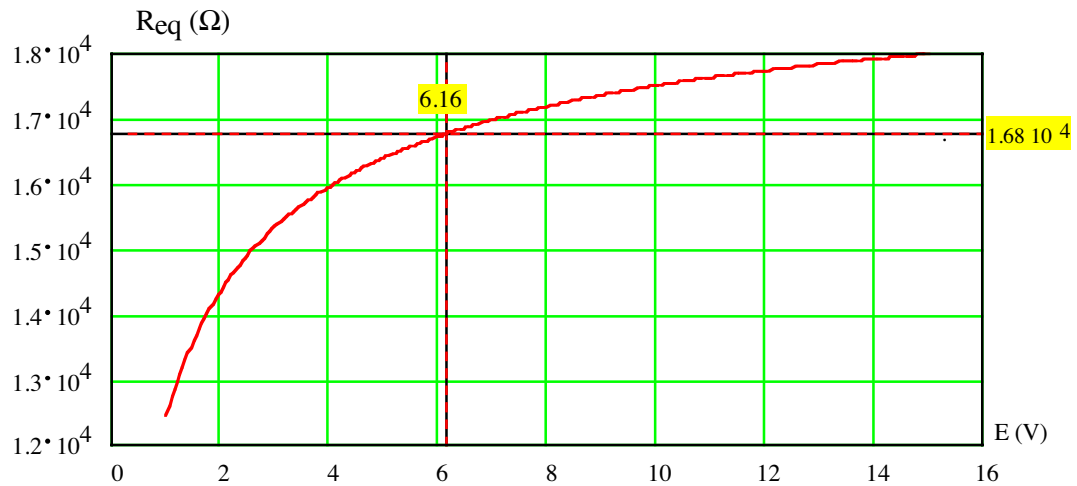
Il en est de même de sa résistance parallèle R_{pd} qui va modifier le gain maximal de l'amplificateur par l'intermédiaire de R_{eq} et sa bande passante :

$$R_{pd}(E) = Q_d^2(E) R_{sd}$$



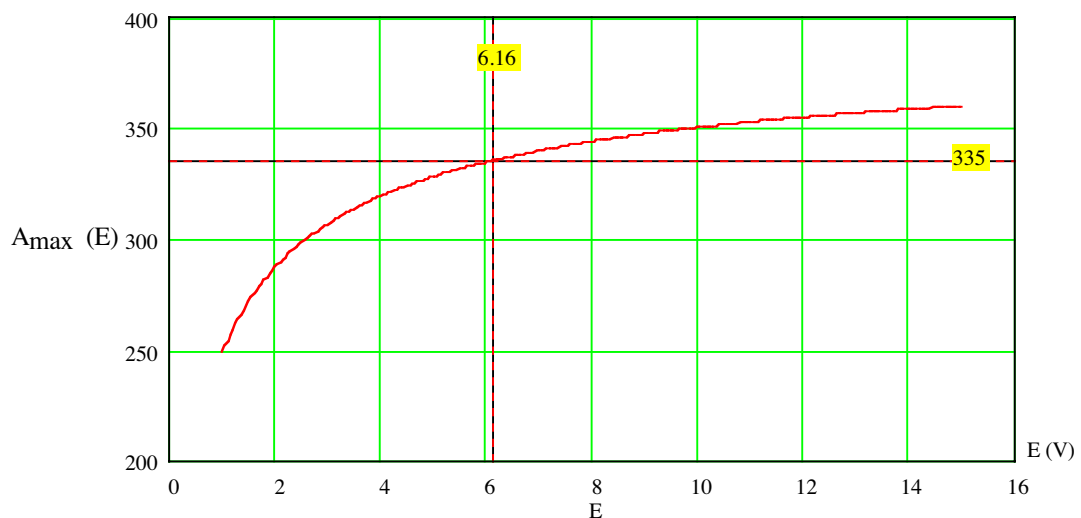
Graphe de la résistance parallèle de la diode varicap en fonction de la tension E .

c. La résistance R_{pd} de la diode varicap varie de 34,5 k Ω à 234 k Ω .



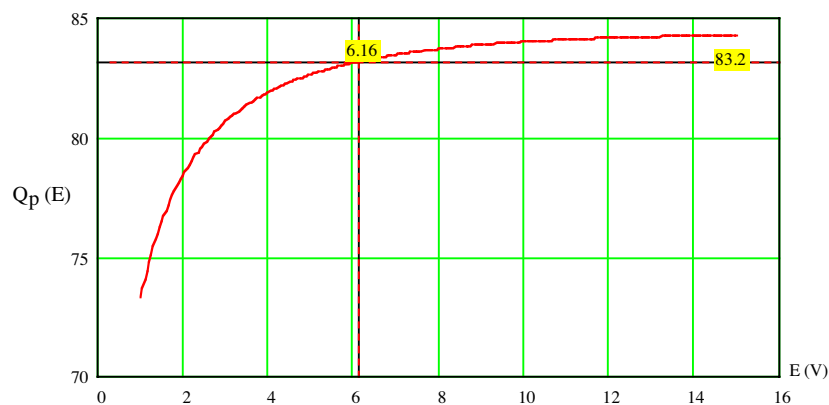
Graphes de la résistance équivalente R_{eq} du circuit oscillant en fonction de la tension E .

Dans ces conditions, le module du gain en tension A_{max} du montage varie entre 249 et 360. On remarquera le tassement de ce gain à partir d'une tension E de 6 V.



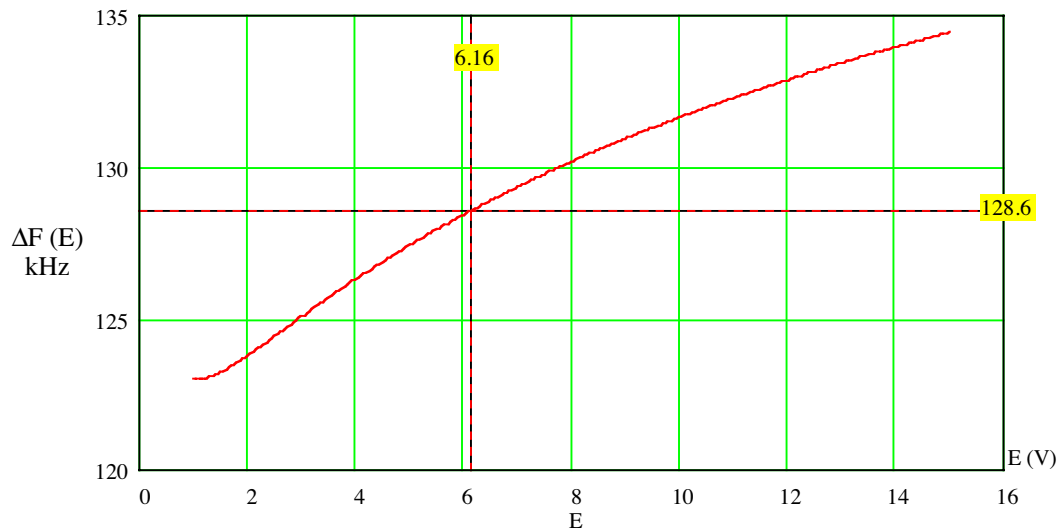
Graphes du gain maximum de l'amplificateur en fonction de la tension E .

Le coefficient de qualité $Q_p = \frac{1}{G_{eq}(E)L\omega_0(E)}$ du circuit oscillant parallèle est modifié par la tension E . Il évolue de 73,3 à 84,3.



Graphes du coefficient de qualité du circuit oscillant en fonction de la tension E .

- d. Enfin la bande passante de l'amplificateur $\Delta F(E) = \frac{f_0(E)}{Q_p(E)}$ évolue relativement peu, de 123 kHz à 134 kHz.



Graphique de la bande passante de l'amplificateur en fonction de la tension E .

14. Schéma du diviseur de tension permettant de faire varier la tension V_R de 1 à 15V. On rappelle que le courant dans la diode est négligeable.

