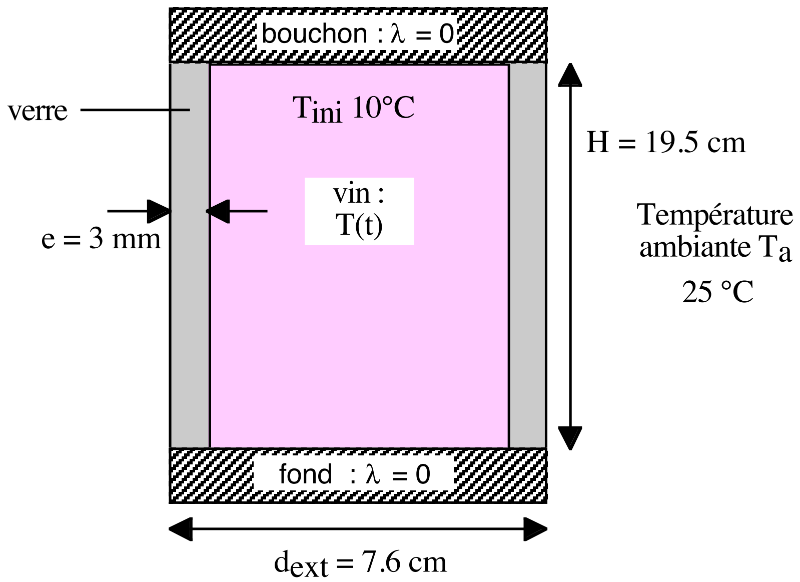
[1]MISE EN TEMPERATURE D'UN « CANON FRONSAC 1982»

On se propose d'étudier la mise en température d'une bouteille de vin qui, choisie dans la cave à une température T_{ini} de 10°C est mise à « chambrer » dans la cuisine.
La température ambiante de la cuisine est notée T_a soit 25°C.

Pour simplifier, on assimile la bouteille à un cylindre de hauteur H = 19.5 cm, de diamètre extérieur d_{max} = 7.6 cm. L'épaisseur e du verre est égale à 3 mm.

Les échanges thermiques entre l'ambiante et le vin se font uniquement par la surface latérale de la bouteille. En effet, compte tenu de la forme géométrique du fond de bouteille, l'air, emprisonné entre le verre constituant celui-ci et la table, constitue un bon isolant thermique.

On tient cependant compte de l'échange thermique convectif entre l'ambiante et la surface latérale de la bouteille.



On donne par ailleurs :

Conductivité du verre	Chaleur massique du vin	Coefficient d'échange convectif
$\lambda_v = 0,78\ Wm^{-1}K^{-1}$	$C_V = 3963\ J\ kg^{-1}K^{-1}$	$h = 10\ Wm^{-2}\ K^{-1}$

1) Calculer en cm^3 le volume intérieur V de la bouteille.
En déduire la masse de vin M (en Kg) contenue dans le vase sachant que la masse volumique m_v du vin est sensiblement égale à 1 g cm^{-3}.

2) Calculer la résistance thermique R_{thc} de conduction de la surface latérale de la bouteille

[1]Philippe ROUX © 2006 http://rouxphi3.perso.cegetel.net

sachant que la documentation de cours indique alors <u>l'expression qui sera démontrée</u> :

$$R_{th} = \frac{1}{2\pi\lambda L}\, ln\left(\frac{rayon \quad extérieur}{rayon \quad intérieur}\right)$$

3) Calculer la résistance thermique R_{thv} de convection de la surface latérale de la bouteille

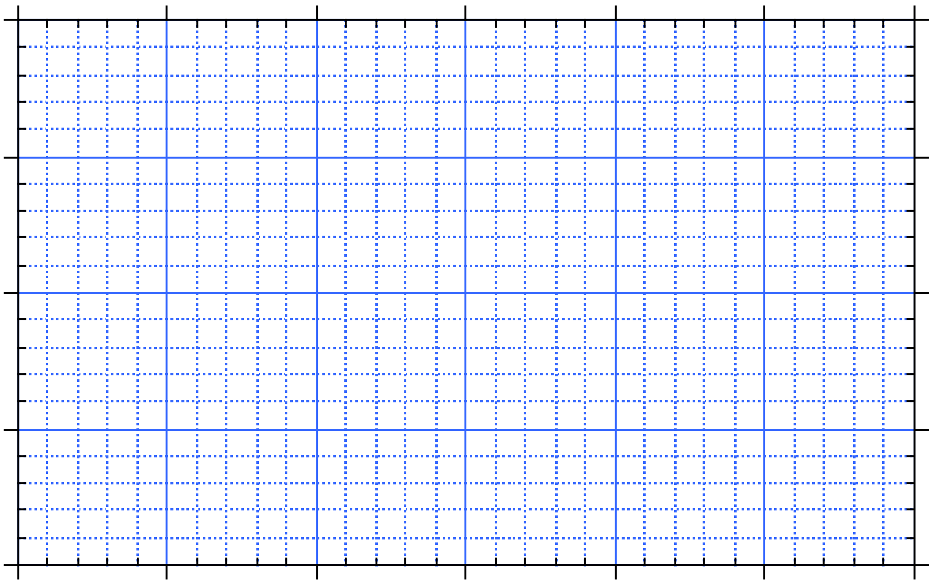
4) En déduire la valeur de la résistance thermique totale R_{thtot} d'échange entre le vin et l'ambiante.

5) Pendant une durée infinitésimale dt, la température du vin va augmenter de la valeur dT. Ecrire la quantité d'énergie dQ(J) reçue par la masse de vin M pendant dt et ceci en fonction de T(t), Ta et la conductance G_{th} (tot).

6) Ecrire l'équation du bilan thermique de la masse de vin M. On appellera C_V la chaleur massique du vin. En déduire l'équation différentielle d'évolution de la température T (t) et vérifier les unités des termes écrits.

7) Résoudre l'équation différentielle en mettant en évidence la constante de temps d'évolution soit : $\tau = MC_V\ R_{th}$ (tot).

8) Tracer l'allure de l'évolution de la température du vin T (t) en indiquant les valeurs importantes.



9) Calculer le temps t nécessaire pour que le vin atteigne sa température optimale de dégustation : T = 20°C.

10) Par analogie avec l'électricité, donner le schéma thermique commenté équivalent à ce problème.

CORRECTION

1. Volume du vin dans la bouteille : V = 750 cm^3, Masse : M = 0,75 kg.

2. Résistance thermique de conduction de la surface latérale : R_{th}(c) = 86,1.10^{-3} °C/W.

3. Résistance thermique R_{thv} de convection de la surface latérale :
$R_{th}(v) = \frac{1}{hS_l} = 2{,}15°C/W$.

4. Résistance thermique totale : R_{th}(tot) = R_{th} (c) + R_{th} (v) = 2,23 °C/W.

5. Quantité d'énergie dQ(J) reçue par la masse de vin M pendant dt :

$$dQ = G_{th}(tot)(T_a - T(t))dt$$

6. Cette énergie dQ augmente la température du vin de dT selon : $dQ = MC_v dT$.
On a donc la relation :

$$\boxed{MC_v dT = G_{th}(tot)(T_a - T(t))dt}$$

7. Résolution de l'équation différentielle. Séparation des variables temps et température :

$$-\frac{dt}{MC_v R_{th}(tot)} = \frac{dT}{T(t) - T_a}$$

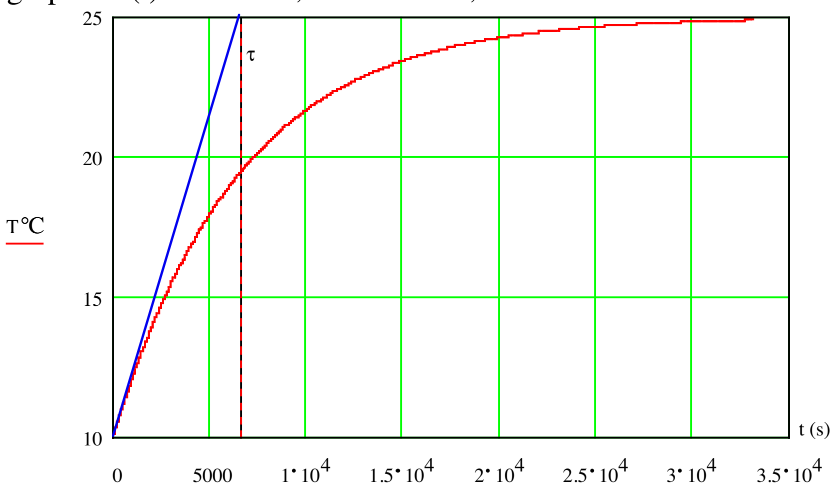
Constante de temps : $\tau = MC_v R_{th}(tot)$.

$$\int -\frac{dt}{\tau} = \int \frac{dT}{T(t) - T_a} + K \quad \text{->} \qquad -\frac{t}{\tau} = \ln(T(t) - T_a) + K$$

On détermine la constante K à t = 0 soit : $K = -\ln(T_{ini} - T_a)$

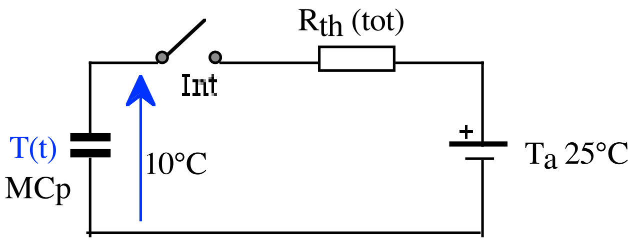
$$\boxed{T(t) = (T_{ini} - T_a)\exp(-\frac{t}{\tau}) + T_a}$$

8. Tracé du graphe T (t) avec t = 6,63 10^3 s ou 1,84 h.



9. Temps nécessaire pour que le vin atteigne sa température optimale de dégustation de 20°C : 2 heures.

10. Schéma thermique équivalent :



Lors de la fermeture de l'interrupteur, le vin reçoit de la température ambiante T_a, Un flux de chaleur qui traverse la résistance thermique Rth (tot). La constante de temps est MC_pR_{th} (tot). A l 'équilibre, T (t) devient identique à T_a et le flux de chaleur est alors nul.